L'elenco delle città italiane notevoli nella Geografia di Tolomeo

Claudio Tolomeo, attivo ad Alessandria nel II secolo d.C., ereditò e sistematizzò un patrimonio di conoscenze geografiche e astronomiche accumulato in secoli di osservazioni greche, romane e persino mesopotamiche. La sua Geografia (Γεωγραφικὴ Ὑφήγησις) non è solo un catalogo di coordinate, ma un sistema organico che unisce matematica, astronomia e geografia politica, fondato su tre pilastri:

1) L'astronomia sferica (derivata da Ipparco di Nicea ed Eratostene), per la determinazione delle latitudini tramite la durata del giorno più lungo.

2) Gli itinerari romani e le fonti secondarie (Marino di Tiro, Strabone, Plinio, e i peripli marittimi), per le distanze longitudinali.

3) La proiezione cartografica, che trasforma la sfera terrestre in un piano, introducendo distorsioni sistematiche, soprattutto nelle regioni periferiche.

Le coordinate tolemaiche sono il risultato di un processo scientifico che combina osservazioni astronomiche, calcoli trigonometrici e dati empirici, spesso contraddittori o incompleti. In particolare, nel Libro VIII Tolomeo utilizza un metodo alternativo per la determinazione della Latitudine.

1. Formula Principale

Tolomeo calcola la latitudine (φ) di una località a partire dalla durata massima del giorno (T_{max}), ossia il numero di ore di luce durante il solstizio d'estate. Il metodo si basa sulla relazione trigonometrica:

$\cos(H_0) = -\tan(\varphi) \cdot \tan(\varepsilon)$

dove:

$H_0 = 15° \cdot (T_{max}/2)$ è la semi-ampiezza dell'arco diurno (metà dell'angolo orario tra l'alba e il tramonto)

$\varepsilon = 23{,}833°$ è l'obliquità dell'eclittica, un parametro astronomico noto fin dall'epoca di Ipparco.

Questa formula deriva dalla geometria sferica del moto apparente del Sole: al solstizio d'estate, il Sole raggiunge la massima declinazione nord ($\delta = +\varepsilon$), e la durata del giorno dipende dalla latitudine del luogo.

Tolomeo, sfruttando la trigonometria sferica, trasforma un dato osservativo (T_{max}) in una coordinata geografica (φ), senza necessità di misure dirette sul terreno.

2. Sensibilità e Robustezza del Metodo

La derivata della latitudine rispetto a T_{max} mostra che il metodo è sorprendentemente robusto agli errori:

$d\varphi/dT = 1/[1 + (\cos(H_0)/\tan(\varepsilon))^2] \cdot (\pi/12\tan(\varepsilon)) \cdot \sin(\pi T/12)$

Precisione del Metodo

Un errore di 1 minuto nella misura di T_max si traduce in uno scostamento di meno di 15 secondi d'arco in latitudine.
Questo spiega perché le latitudini tolemaiche sono generalmente accurate entro 0,1–0,5°, anche quando i dati di partenza sono approssimativi.
Vantaggi del Metodo
- Semplicità osservativa: richiede solo la misura della durata del giorno più lungo
- Robustezza matematica: errori piccoli nelle misure producono errori ancora più piccoli nel risultato
- Indipendenza da misure terrestri: non necessita di viaggi o misurazioni dirette delle distanze
- Precisione notevole: accuratezza sub-graduata anche con strumenti antichi.
Tolomeo attinge a diverse fonti per T_max:
- Osservazioni dirette: Per città come Roma o Napoli, dove erano attivi astronomi o dove esistevano registrazioni ufficiali (es. i fasti romani).
- Resoconti di viaggiatori: Per località remote, come le città siciliane o sarde, dove si affidava a mercanti, militari o funzionari imperiali.
- Fonti letterarie: Autori come Strabone o Plinio il Vecchio, che descrivevano la geografia fisica e politica, ma senza fornire dati quantitativi.
Determinazione della Longitudine secondo Tolomeo
1. Formula per la Longitudine
La longitudine (λ) è determinata come differenza temporale (Δt) rispetto al meridiano di riferimento (Alessandria d'Egitto), convertita in gradi:
$\lambda_T = \lambda_{Alessandria} - 15° \cdot \Delta t$
Limitazioni del Metodo
A differenza della latitudine, la longitudine non ha un fondamento astronomico diretto. Tolomeo si affida a:
Metodi di Determinazione
- Eclissi lunari: Metodo teoricamente preciso, ma raro e soggetto a errori di osservazione
- Itinerari terrestri e marittimi: Le distanze sono stimate in stadi o miglia romane, spesso approssimative
- Fonti secondarie: Come gli itineraria picta (mappe stradali romane) o i peripli (itinerari costieri)
2. La Compressione Longitudinale: un Fenomeno Sistematico
Le longitudini tolemaiche presentano una compressione verso ovest, soprattutto nelle isole e nelle regioni meridionali.
Questo fenomeno è dovuto a:
- Errori negli Itinerari: le distanze est-ovest erano spesso sottostimate, perché

basate su tempi di viaggio (a piedi, a cavallo, o per mare) anziché su misure geometriche.
- Fonti Obsolete: Tolomeo utilizza dati di Marino di Tiro, che a sua volta si basava su fonti greche e romane non sempre aggiornate.
- Proiezione Cartografica: la mappa tolemaica, basata su una proiezione conica, riduceva le distanze longitudinali alle alte latitudini, accentuando la compressione nelle regioni periferiche.
I problemi metodologici che scaturiscono da tali premesse sono principalmente la mancanza di sincronizzazione temporale (difficoltà nel coordinare osservazioni simultanee in luoghi distanti); l'accumulo degli errori (gli errori di stima delle distanze si sommavano lungo gli itinerari); la dipendenza da fonti indirette (scarsa possibilità di verifica diretta dei dati). Le Conseguenze geografiche sono soprattutto la compressione del Mediterraneo (il bacino risulta più stretto di quanto sia realmente) e la distorsione delle isole (posizionamento impreciso di Sardegna, Corsica, Sicilia). Nonostante gli errori, la Geografia di Tolomeo rimane fondamentale per la storia della cartografia, influenzando la scienza geografica fino al Rinascimento.
La Geografia (Geographike Hyphegesis) di Claudio Tolomeo rappresenta uno dei più importanti trattati di geografia matematica dell'antichità. Mentre i Libri 2-7 contengono un catalogo di circa 6.300 località con coordinate espresse in longitudine (Λ) e latitudine (Φ), il Libro 8 introduce un sistema alternativo per descrivere 362 città "degne di nota" (poleis episemoi). Queste coordinate sono espresse in termini di:
a) Differenza di tempo rispetto ad Alessandria (A), in ore.
b) Durata del giorno più lungo (M), in ore.
c) Distanza eclittica dal solstizio d'estate (S), in gradi d'arco (solo per le località tra i tropici).
Christian Marx, nel saggio *Investigations of the coordinates in Ptolemy's Geographike Hyphegesis Book 8* ("Archive for History of exact sciences", Vol. 66, 2012, pp. 531-555), si propone di ricostruire i metodi matematici utilizzati da Tolomeo per convertire queste coordinate alternative in quelle geografiche tradizionali. Attraverso un'analisi statistica e filologica, Marx esamina le differenze tra le due principali recensioni del testo (Ω e Ξ), i parametri astronomici sottostanti, e le possibili tabulazioni utilizzate da Tolomeo.
La Geographike Hyphegesis è suddivisa in otto libri:
Libro 1: Introduzione teorica sulle proiezioni cartografiche e i metodi di misurazione delle coordinate.
Libri 2-7: Catalogo geografico di circa 6.300 località, con coordinate in Λ e Φ.

Libro 8: Elenco di 362 poleis episemoi, con coordinate espresse in A, M e S.
Le città del Libro 8 sono organizzate in 26 capitoli, ciascuno correlato a una delle mappe regionali della Geographia. Queste città sono selezionate per la loro importanza strategica, commerciale o culturale, e coprono l'intero mondo conosciuto (Oikoumene), dall'Europa all'Asia e all'Africa.
La Geographike Hyphegesis ci è pervenuta in due principali recensioni:
1) Recensione Ω: La più diffusa, basata su numerosi manoscritti, utilizza principalmente Λ_A = 60°00' per la longitudine di Alessandria.
2) Recensione Ξ, tramandata dal manoscritto X (Vaticanus Graecus 191), utilizza Λ_A = 60°30' per Alessandria.
Le differenze tra le due recensioni non sono solo testuali, ma riflettono anche approcci metodologici diversi e possibili revisioni del testo originale. Ad esempio, mentre la recensione Ω è completa e sembra riflettere una tradizione più standardizzata, la recensione Ξ potrebbe conservare elementi di una versione più antica del testo, forse più vicina all'originale di Tolomeo.
La conversione tra la differenza di tempo (A) e la longitudine geografica (Λ) è basata sulla relazione lineare:
$\Lambda = A \times 15°/\text{ora} + \Lambda_A$
dove
A è la differenza di tempo rispetto ad Alessandria, espressa in ore (positiva verso est, negativa verso ovest).
Λ_A è la longitudine di Alessandria, un parametro cruciale che Tolomeo fornisce in due versioni diverse: 60°30' nei Libri 2-7 e 60°00' nel Libro 8.
Questa difformità ha generato un lungo dibattito tra gli studiosi. Otto Cuntz (*Die Geographie des Ptolemaeus, Galliae, Germania, Raetia, Noricum, Pannoniae, Illyricum, Italia*, Berlin, 1923) ipotizzò che Tolomeo avesse inizialmente utilizzato 60°30' e successivamente aggiornato il valore a 60°00', aggiungendo una colonna aggiuntiva con i nuovi valori. I copisti posteriori avrebbero poi scelto uno dei due valori, portando alla divergenza tra le recensioni. Tuttavia Marx, attraverso un'analisi statistica dettagliata, dimostra che:
- La recensione Ω utilizza principalmente Λ_A = 60°00'.
- La recensione Ξ utilizza principalmente Λ_A = 60°30'.
Questo suggerisce che le due recensioni non siano semplicemente il risultato di una scelta casuale da parte dei copisti, ma riflettano due tradizioni testuali distinte, forse basate su fonti o revisioni diverse.
Marx analizza le differenze $\Delta\Lambda = \Lambda - \Lambda(A)$ tra le coordinate convertite e quelle originali, mostrando che la maggior parte delle differenze può essere spiegata con arrotondamenti a intervalli di 5 minuti (1/12 di ora). L'errore

massimo di arrotondamento è dato da:
e_{max} = 1/2 x 1/12 ore = ±2.5 minuti ≈ ±2∘/3=±2.5 minuti≈±32∘
Marx applica una procedura iterativa chiamata ROUND per determinare la risoluzione apparente delle coordinate A:
- Arrotondare Λ(A) alla precisione principale a_s.
- Se ΔΛ ≠ 0, arrotondare a precisioni inferiori o superiori.
- Se ΔΛ diventa zero, la risoluzione è trovata.
I risultati mostrano che:
La risoluzione principale è di 1/24 di ora (2.5 minuti).
Circa l'80% delle località ha differenze |ΔΛ| < 1.25 minuti.
Marx confronta i valori di A tra le due recensioni, mostrando che:
343 valori sono identici.
143 valori presentano differenze, di cui 127 non sono spiegabili con differenze in Λ.
Le differenze sono spesso dovute a arrotondamenti o errori di copiatura.
Ad esempio, per Clunia (8.4.5):
In Ω: A = -3h 15m → Λ = 11°00' ($Λ_A$ = 60°00').
In Ξ: A = -3h 20m → Λ = 11°00' ($Λ_A$ = 60°30').
La differenza di 5 minuti è spiegabile con l'uso di $Λ_A$ diversi e arrotondamenti.
La conversione tra durata del giorno più lungo (M) e latitudine (Φ) è data dalla formula:
cos (M x 15°/2) = - tan(φ) tan(ε)
dove ε è l'obliquità dell'eclittica. Tolomeo fornisce due valori per ε:
ε_m = 23°51'20" (Mathematike Syntaxis).
ε_r = 24° (valore arrotondato in GH 7.6.7).
Marx considera anche:
ε_h = 23°55' (attribuito a Ipparco).
ε_c = 23°41' (valore corretto per l'epoca).
Per valutare la coerenza tra M e Φ, Marx utilizza la deviazione mediana assoluta (MAD) e la deviazione media (MD):
MAD = mediana |Φ; - Φ(M_i)|
MD = 1/n * sum i = 1 to n |Φ; - Φ(M_i)|
I risultati mostrano che ε_m fornisce i valori più coerenti:
MAD = 9.7' (Ω), 9,6' (Ξ).
MD = 13.0' (Ω), 13,6' (Ξ).
Marx ipotizza che Tolomeo abbia utilizzato tabelle di interpolazione lineare basate sui paralleli della Mathematike Syntaxis 2.6. Ad esempio, per Gesoriacum (8.5.6):
Φ = 53°30', M = 16h 50m.

Paralleli vicini: 51°30' (M = 16h 30m), 54°00' (M = 17h 00m).
Interpolazione:
M= 16h 30m + (53°30' - 51°30')/(54°00' - 51°30') x 30m = 16h 54m
Arrotondando a 16h 50m, si ottiene il valore riportato da Tolomeo.
Le differenze ΔM = M - M(Φ) seguono una distribuzione di Laplace con parametri:
Ω: μ = 0,06 min, σ = 1,58 min.
Ξ: μ = -0,17 min, σ = 1,83 min.
Marx applica un test χ^2 per verificare questa ipotesi, confermando che le differenze sono compatibili con una distribuzione di Laplace.
Tolomeo afferma che M è calcolato da Φ, ma Marx mostra che in alcuni casi Φ è derivato da M, soprattutto per città con dati ereditati da Ipparco (ad esempio, Meroë e Massalia).
La distanza eclittica dal solstizio d'estate (S)
Formula trigonometrica
Per le località tra i tropici, Tolomeo fornisce S, legata a Φ dalla formula:
$\sin(\Phi) = \sin(e)\cos(S)$
Ω: molti valori di S sono imprecisi e potrebbero essere corrotti.
Ξ: i valori di S sono più precisi e coerenti con il Canone.
Ad esempio, Syene (8.15.15) ha Φ = 23°50' e S = 0° (valore approssimativo, poiché S(Φ) = 0° solo se Φ = ε).
Marx osserva che in Ω alcuni valori di S sono calcolati con una funzione lineare a tratti:

$$S'(\Phi) = S_1(\Phi) = \alpha_1\Phi + b_1 \quad \text{per } 0° < \Phi < \Phi_{12}$$
$$S_2(\Phi) = a_2\Phi + b_2 \quad \text{per } \Phi_{12} < \Phi < \Phi_{23}$$
$$S_3(\Phi) = a_3\Phi + b_3 \quad \text{per } \Phi_{23} < \Phi < \varepsilon$$

I coefficienti sono determinati usando punti noti, come (0°, 90°) e (ε, 0°). Ad esempio, per Badeo (8.22.4):

- Φ = 20°15', S = 30°.
- Funzione lineare: $S'_2(\Phi) = -3.9 \times 20{,}25 + 108{,}97 \approx 30°$

Marx identifica diversi errori nei manoscritti, come:
Autolalai (4.6.24): Φ = 27°20' in Ξ, corretto a 23°50' per coerenza con Ω e il Canone.
Arbis (8.25.14): S = 0° in Ω, nonostante Φ = 8°30'.
Palmyra (8.20.10): M = 14h 40m in Ω, ma M(Φ) = 14h 19m (differenza di 21 minuti).
Marx discute il possibile contributo di Ipparco e Marino ai dati di Tolomeo, suggerendo che alcuni valori di M e S potrebbero derivare da queste fonti. Ad esempio, D. Rawlins (*Ancient geodesy: Achievement and corruption*, in

"Vistas in Astronomy" 28, 1985, pp. 255-268; *The Ptolemy Geography Secrets*, in "DIO" 14, 2008, pp. 33-58) ha identificato due gruppi di città nei dati di Tolomeo: un gruppo con M e Φ coerenti con ε = 23°50' (vicino a ε_m), un altro gruppo con ε = 23°55' (attribuito a Ipparco).

Nell'insieme delle 362 città "degne di nota" sono comprese 22 città italiane da Nord a Sud, oltre alle Isole. Il solo manoscritto X (Vaticanus Graecus 191) sostituisce la città di Terracina con Taranto (Τάρας) come si può appurare dalle fotografie del testo originale: riporto la scheda di Taranto in coda alle altre città tolemaiche, servendomi della distanza oraria da Alessandria desunta da Otto Cuntz (op. cit, p. 103: δ'Ⅼ "γ"ιβ" X (om. cet.) 14 h 55 m).
Questo il testo originale di Tolomeo (Geogr. 8.8.1-7) con una possibile traduzione che costituirà la base per le successive schede di città. Ci sono nondimeno alcune discrepanze sulle cifre rispetto ad altre traduzioni correnti:
Εὐρώπης Πίναξ Ϛ΄. Ὁ ἕκτος πίναξ τῆς Εὐρώπης περιέχει Ἰταλίαν ὅλην, καὶ τὴν Κύρνον νῆσον, καὶ τὰς περὶ αὐτὰς νήσους. Ὁ δὲ διὰ μέσου αὐτοῦ παράλληλος λόγον ἔχει πρὸς τὸν μεσημβρινὸν, ὃν τὰ γ πρὸς τὰ δ. Περιορίζεται δὲ ὁ πίναξ ἀπὸ μὲν ἀνατολῶν Ἀδρίᾳ κόλπῳ καὶ Ἰωνίῳ πελάγει, ἀπὸ δὲ μεσημβρίας Λιγυστικῷ πελάγει καὶ Τυῤῥηνικῷ καὶ μέρει τοῦ Ἀδριατικοῦ, ἀπὸ δὲ δυσμῶν [τοῖς παρὰ τὴν Γαλλίαν] Ἀλπίοις ὄρεσιν, ἀπὸ δὲ ἄρκτων τοῖς τε ὑπὸ τὴν Ῥαιτίαν καὶ Οὐϊνδελκίαν Ἀλπίοις ὄρεσι καὶ τῷ ὑπὸ τὸ Νωρικὸν Ἀλπίῳ ὄρει καλουμένῳ τε Καρουάγκᾳ καὶ μέρει τοῦ Ἀδρίου κόλπου. Τῶν μὲν οὖν ἐν τῇ Ἰταλίᾳ ἐπισήμων πόλεων τὸ μὲν βασίλειον Ῥώμη τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ἰσημερινῶν ιε ιβ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α Ϛ΄η΄· ἡ δὲ Νίκαια Μασσαλιωτῶν τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιε δ΄, καὶ διεστήκασιν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥραις β η΄· αἱ δὲ Ταῤῥακίναι τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχουσιν ὡρῶν ιε ιβ΄, καὶ διεστήκασιν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α Ϛ΄· ἡ δὲ Νεάπολις τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιδ Ϛ΄γιβ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α γ΄· τὸ δὲ Βρεντέσιον τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιδ Ϛ΄γ, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α Ϛ΄. Ὁ δὲ Ἀγκὼν ἔχει τὴν μεγίστην ἡμέραν ὡρῶν ιε γ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α καὶ ιε΄· ἡ δὲ Ῥάβεννα τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν μεσημβρινῶν ιε γιβ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α γιε΄· ἡ δὲ Ἀκουιληΐα τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιε Ϛ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α Ϛ΄δ· ἡ δὲ Βενέουεντος ἔχει τὴν μεγίστην ἡμέραν ὡρῶν ιε ιβ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α ιε΄· ἡ δὲ Καπύη τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιε ιβ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α γ΄. Τῆς δὲ

Κύρνου νήσου ἡ μὲν Ἀλερία τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιδ Ϛ΄γ, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥραις β ἔγγιστα· ἡ δὲ Μαριανὴ τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιε, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥραις β ἔγγιστα. Εὐρώπης Πίναξ ζ΄. Ὁ ἕβδομος πίναξ τῆς Εὐρώπης περιέχει Σαρδώ, Σικελίαν, καὶ τὰς περὶ αὐτὰς νήσους. Ὁ δὲ διὰ μέσου αὐτοῦ παράλληλος λόγον ἔχει πρὸς τὸν μεσημβρινόν, ὃν τὰ δ πρὸς τὰ ε. Περιορίζεται δὲ ὁ πίναξ πάντοθεν πελάγεσιν, ἀπὸ μὲν ἀνατολῶν τῷ Ἀδριατικῷ, ἀπὸ δὲ μεσημβρίας τῷ Ἀφρικανῷ, ἀπὸ δὲ δύσεως τῷ Σαρδώῳ, ἀπὸ δὲ ἄρκτων Λιγυστικῷ καὶ Τυῤῥηνικῷ. Τῆς μὲν οὖν Σαρδοῦς νήσου οἱ μὲν Σόλκοι τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχουσιν ὡρῶν ἰσημερινῶν ιδ Ϛ΄ιβ, καὶ διεστήκασιν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ μιᾷ ἡμίσει τρίτῳ καὶ πεντεκαιδεκάτῳ ἡ δὲ Κάραλλις τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιδ Ϛ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥραις α Ϛ΄γ· ὁ δὲ Πύργος [Λι]βίσσωνος ἔχει τὴν μεγίστην ἡμέραν ὡρῶν ιδ Ϛ΄δ, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥραις β ἔγγιστα· ἡ δὲ Γουρουλλὶς ἡ Νέα τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιδ γ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥραις β ἔγγιστα. Τῆς δὲ Σικελίας τὸ μὲν Λιλύβαιον ἔχει τὴν μεγίστην ἡμέραν ὡρῶν ιδ Ϛ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α Ϛ΄ιε· αἱ δὲ Συρακοῦσαι τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχουσιν ὡρῶν ιδ Ϛ΄η, καὶ διεστήκασιν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α γιε΄· ἡ δὲ Μεσήνη τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιδ Ϛ΄δ, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α γιε΄· αἱ δὲ Κεντούριπαι τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχουσιν ὡρῶν ιδ γ΄, καὶ διεστήκασιν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥραις α γη΄· ἡ δὲ Σεγέστα τὴν μεγάλην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιδ Ϛ΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α Ϛ΄ιε· ἡ δὲ Κατάνη τὴν μεγίστην ἡμέραν ἔχει ὡρῶν ιδ γο΄, καὶ διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς δύσεις ὥρᾳ α γιε΄ ("Tavola VI dell'Europa. La sesta tavola dell'Europa contiene tutta l'Italia, l'isola di Corsica e le isole circostanti. Il parallelo che passa attraverso il centro di essa ha un rapporto con il meridiano come 3 sta a 4. La tavola è delimitata a oriente dal golfo Adriatico e dal mar Ionio, a meridione dal mar Ligure e dal Tirreno e da parte dell'Adriatico, a occidente dalle Alpi [presso la Gallia], a settentrione dalle Alpi sotto la Rezia e la Vindelicia e dal monte alpino sotto il Norico chiamato anche Caravanca e da parte del golfo Adriatico. Delle città rilevanti in Italia:

Roma, la capitale, ha il giorno più lungo di 15 ore e 1/2 equinoziali, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/6 e 1/8

Nizza dei Massalioti ha il giorno più lungo di 15 ore e 1/4, e dista da Alessandria verso occidente di 2 ore e 1/8

Terracina ha il giorno più lungo di 15 ore e 1/2, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/6

Napoli ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/2 e 1/3 e 1/12, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/3
Brindisi ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/2 e 1/3, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/6
Ancona ha il giorno più lungo di 15 ore e 1/3, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/15
Ravenna ha il giorno più lungo di 15 ore meridionali e 1/3 e 1/12, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/3 e 1/15
Aquileia ha il giorno più lungo di 15 ore e 1/6, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/6 e 1/4
Benevento ha il giorno più lungo di 15 ore e 1/2, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/15
Capua ha il giorno più lungo di 15 ore e 1/2, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/3
Dell'isola di Corsica:
Aleria ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/2 e 1/3, e dista da Alessandria verso occidente di circa 2 ore
Mariana ha il giorno più lungo di 15 ore, e dista da Alessandria verso occidente di circa 2 ore
Tavola VII dell'Europa
La settima tavola dell'Europa contiene la Sardegna, la Sicilia e le isole circostanti. Il parallelo che passa attraverso il centro di essa ha un rapporto con il meridiano come 4 sta a 5.
La tavola è delimitata da ogni parte dai mari: a oriente dall'Adriatico, a meridione dall'Africano, a occidente dal Sardo, a settentrione dal Ligure e dal Tirreno.
Dell'isola di Sardegna:
Solci ha il giorno più lungo di 14 ore equinoziali e 1/2 e 1/12, e distano da Alessandria verso occidente di 1 ora e mezzo e 1/3 e 1/15
Cagliari ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/2, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/6 e 1/3
La Torre di Libisone ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/2 e 1/4, e dista da Alessandria verso occidente di circa 2 ore
Gurulis Nuova ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/3, e dista da Alessandria verso occidente di circa 2 ore
Della Sicilia:
Lilibeo ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/2, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/6 e 1/15
Siracusa ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/2 e 1/8, e dista da Alessandria

verso occidente di 1 ora e 1/3 e 1/15
Messina ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/2 e 1/4, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/3 e 1/15
Centuripe ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/3, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/3 e 1/8
Segesta ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/2, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/6 e 1/15
Catania ha il giorno più lungo di 14 ore e 1/3, e dista da Alessandria verso occidente di 1 ora e 1/3 e 1/15

Vediamo nel dettaglio la procedura adottata da Tolomeo per assegnare a queste località le coordinate geografiche. Come detto, a differenza dei Libri 2-7 della Geografia dove latitudine e longitudine sono ricavate da misure di percorrenza lungo itinerari terrestri e nautici, nell'ottavo Libro lo studioso alessandrino ricorre all'astronomia e alle distanze orarie da Alessandria.
Tolomeo ricavava la latitudine φ di una località dall'osservazione della durata massima del giorno T_{max} (solstizio d'estate), usando relazioni della trigonometria sferica. Una forma pratica ed equivalente alle formule originali (più adatte al calcolo numerico) è:
1) definire l'angolo orario al tramonto H (in gradi):
$H = 15° \times (T_{max} / 2)$
(perché 15° corrispondono a 1 ora di rotazione terrestre; la metà perché T_{max} è il doppio dell'angolo orario fra culmine e tramonto).
2) la relazione astronomica che collega H, la latitudine φ e la declinazione del Sole δ al solstizio è
$\cos H = -\tan \varphi \times \tan \delta$
Al solstizio estivo $\delta = \varepsilon$, l'obliquità dell'eclittica. Tolomeo adoperava il valore $\varepsilon_{Tol} = 23°50' = 23{,}8333°$. Per vedere l'effetto dell'attualizzazione riporto anche i calcoli con $\varepsilon_{att} = 23{,}44°$.
Da $\cos H = -\tan \varphi \times \tan \varepsilon$ si ricava (forma comoda):
$\tan \varphi = -\cos H / \tan \varepsilon$, $\varphi = \arctan(-\cos H / \tan \varepsilon)$
Questa è la formula che sfrutterò passo-passo (espliciterò l'angolo H, il coseno, il valore di tan ε, il rapporto e la funzione arctan).
Per la longitudine tolemaica: Tolomeo dà la differenza di tempo Δt rispetto al meridiano di Alessandria; conviene fissare la longitudine moderna di Alessandria come punto di riferimento. Userò, per il confronto numerico, la longitudine moderna di Alessandria d'Egitto $\lambda_{Alexmod} = 29{,}9187°$ E (valore attuale in gradi est; è il valore che adoperiamo come "base" per riportare le longitudini tolemaiche su un sistema riferito a Greenwich). Il testo dice in tutti

i casi "διὰ δύσεως" (a ovest), cioè la città è ad ovest di Alessandria; quindi la formula per la longitude tolemaica in gradi est assoluti (per confronto con le moderne) è $\lambda_{T,abs} = \lambda_{Alexmod} - 15° \times \Delta t$ (Se la città fosse a est, si aggiungerebbe invece).
Per le distanze geodetiche fra la posizione tolemaica ricostruita e la posizione moderna ricorreremo alla formula del coseno sferico:
$d = R \times \arccos(\sin \varphi_1 \times \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \times \cos \varphi_2 \times \cos(\lambda_1 - \lambda_2))$
con R = 6371 km e gli angoli in radianti all'interno delle funzioni trigonometriche.
Lavorando con le funzioni trigonometriche in radianti, conviene porre $\omega = \pi / 24$ rad/h (poiché 7.5° = π/24 rad).
ε = obliquità dell'eclittica usata da Tolomeo. Prendiamo il valore "storico" di Tolomeo: ε_Tol = 23° 50' = 23,833333°, con tan(ε) calcolabile numericamente.
La relazione trigonometrica che si usa (forma numericamente stabile per inversione) è
$\cos(H) = -\tan(\varphi) \cdot \tan(\varepsilon)$.
Da cui, isolando φ,
$\tan(\varphi) = -(\cos(H) / \tan(\varepsilon)) \Rightarrow \varphi = \arctan(-(\cos(H) / \tan(\varepsilon)))$.
Per brevità definiamo la funzione
$u(H) := -(\cos(H) / \tan(\varepsilon))$,
cosicché $\varphi = \arctan(u(H))$, $H = \omega T$.
Derivata analitica dφ/dT
Applichiamo la regola di derivazione a catena. Con u = u(H(T)),
$d\varphi/dT = d/dT(\arctan(u)) = (1 / (1 + u^2)) \cdot (du/dT)$.
Ora calcoliamo du/dT. Dato
$u(H) = -(\cos(H) / \tan(\varepsilon))$,
abbiamo
$du/dH = -(-\sin(H) / \tan(\varepsilon)) = \sin(H) / \tan(\varepsilon)$,
e quindi, con dH/dT = ω,
$du/dT = (du/dH) \cdot (dH/dT) = (\sin(H) / \tan(\varepsilon)) \cdot \omega$.
Sostituendo in dφ/dT:
$d\varphi/dT = (\omega \cdot \sin(H)) / (\tan(\varepsilon) \cdot (1 + u^2)) = (\omega \cdot \sin(H)) / (\tan(\varepsilon) \cdot (1 + (\cos^2(H) / \tan^2(\varepsilon))))$.
Si può semplificare algebraicamente il denominatore:
$1 + u^2 = 1 + (\cos^2(H) / \tan^2(\varepsilon)) = (\tan^2(\varepsilon) + \cos^2(H)) / \tan^2(\varepsilon)$,
quindi
$d\varphi/dT = \omega \cdot \sin(H) \cdot (\tan(\varepsilon) / (\tan^2(\varepsilon) + \cos^2(H)))$.
Questa forma è numericamente stabile e mostra chiaramente i termini che controllano la sensibilità: ω (costante ~π/24 rad/h), sin(H), tan(ε), e il

combinato $\tan^2(\varepsilon) + \cos^2(H)$.
Nota sulle unità: la derivata è espressa in radianti/ora se ω è in rad/h. Per ottenere la derivata in gradi/ora si moltiplica per 180/π.

Osservazioni metodologiche e matematiche riassuntive.
Sensibilità della formula: la relazione $\tan \varphi = -\cos H / \tan \varepsilon$ mostra che φ varia in modo non lineare con T_{max}. Per città con T_max attorno a 15 h la pendenza dφ/dT è relativamente moderata, ma per T_max più piccoli (quelli meridionali) la latitudine cala rapidamente. Ciò spiega la grande variazione dei risultati con pochi minuti di differenza.
ε tolemaico vs moderno: usare ε_{Tol} o ε_{mod} cambia φ di qualche decimo di grado. Questo genere di errore è piccolo rispetto ai problemi di trascrizione dei minuti o delle differenze orarie.
Longitudini e meridiano di Alessandria: la trasformazione $\lambda_{T,abs} = \lambda_{Alexmod} - 15\Delta t$ è un modo pratico per confrontare la "mappa" di Tolomeo con la cartografia moderna. Gli storici hanno discusso molto quale meridiano Tolomeo abbia inteso come "meridiano di Alessandria" nelle sue tavole: alcune redazioni medievali recano numeri scalati diversamente e questo genera ampie discrepanze di longitudine se non si applicano correzioni coerenti.

Cause degli errori osservati
Errori di misura: strumenti (gnomoni, meridiane, osservazioni non standardizzate), rifrazione atmosferica non corretta e approssimazione nella determinazione del mezzogiorno.
Errori di trasmissione: manoscritti antichi spesso hanno trascritto male numeri e segni minuti; talvolta i copiatori trasformarono simboli greci (′) e lettere.
Errori sistematici delle tavole: Tolomeo utilizzò tavole empiriche (e talvolta dati ereditati) che avevano approssimazioni; inoltre l'adozione di un meridiano primo diverso da quello moderno introduce uno spostamento sistematico lungo tutto il dataset.
Confronto con la letteratura: Stückelberger e altri studi moderni propongono procedure di "allineamento" (shifts lungo le longitudini per blocchi regionali) che riducono gli scarti: essi mostrano che, applicando correttivi regionali (es. -10° o -15° su certe regioni), la mappa di Tolomeo può essere riposizionata molto più vicino alle coordinate reali, confermando che gli errori non sono casuali ma strutturali.

Adesso passiamo ad illustrare le caratteristiche geodetiche di tutte le 22 città tolemaiche "degne di nota".

ROMA (Ῥώμη)
1. Dati di partenza dal Libro VIII
Durata massima del giorno (T_max): 15 ore e 1/2 equinoziali
T_max = 15,5 h
Differenza temporale da Alessandria: 1 h + 1/6 h + 1/8 h
Δt = 1 + 0,1667 + 0,125 = 1,2917 h
(Attenzione: alcuni manoscritti danno 1,3125 h, ma seguo qui la ricostruzione più coerente con Cuntz).
2. Calcoli astronomico-geografici
a. Semiampiezza oraria solstiziale (H_0):
$H_0 = 15° \times (T_{max}/2) = 15 \times 7,75 = 116,25°$
b. Coseno di H_0:
$\cos H_0 = \cos(116,25°) \approx -0,448$
c. Relazione astronomica fondamentale:
Al solstizio estivo, vale
$\cos H_0 = -\tan \varphi \times \tan \varepsilon$
con $\varepsilon \approx 23,84°$, quindi
$\tan \varepsilon \approx 0,4409$
d. Calcolo della latitudine:
$-\tan \varphi \times 0,4409 \approx -0,448$
$\tan \varphi \approx 0,448/0,4409 = 1,016$
$\varphi_T \approx \arctan(1,016) \approx 45,5° N$
Latitudine tolemaica per Roma:
$\varphi_T \approx 45° 30' N$
e. Longitudine
La longitudine assoluta si ricava come:
$\lambda_T = \lambda_A - 15° \times \Delta t$
con Alessandria assunta da Tolomeo a $\lambda_A \approx 29,92° E$.
$\lambda_T = 29,92° - (15 \times 1,292) = 29,92 - 19,38 = 10,54° E$
Longitudine tolemaica per Roma:
$\lambda_T \approx 10° 30' E$
3. Confronto con Roma moderna
Coordinate moderne: 41,9° N, 12,5° E
Differenze:
Latitudine: +3,6° (Roma collocata troppo a nord)
Longitudine: −2,0° (Roma collocata troppo a ovest)

Scarto lineare: ~430–450 km verso N-O rispetto alla posizione reale.

4. Sensibilità e propagazione dell'errore

La sensibilità della latitudine rispetto a errori in T_max si calcola con la derivata:

$d\varphi/dT = 1/(1 + (\cos H_0/\tan \varepsilon)^2) \times \pi/(12 \times \tan \varepsilon) \times \sin(\pi T/12)$

Per T = 15,5:

$\pi T/12 = \pi \times 1{,}2917 \approx 4{,}06$ rad

$\sin(4{,}06) \approx -0{,}794$

Rapporto $\cos H_0 / \tan \varepsilon = -0{,}448/0{,}441 \approx -1{,}016$

$(1 + (...)^2)^{-1} \approx 0{,}49$

Quindi

$d\varphi/dT \approx 0{,}49 \times \pi/(12 \times 0{,}441) \times (-0{,}794)$

$\approx 0{,}49 \times 0{,}594 \times (-0{,}794) \approx -0{,}230$ gradi/h

Interpretazione:

Un errore di 1 minuto (1/60 h) $\rightarrow \Delta\varphi \approx 0{,}0038° = 13{,}7''$.

Dunque errori di osservazione nel T_max (anche ±10 minuti) darebbero al massimo uno scarto di 2–3'.

La discrepanza reale (oltre 3,5°) non può derivare da errori empirici, ma da deformazioni sistematiche nell'intero modello tolemaico.

5. Commento critico

Sovrastima della latitudine: Tolomeo colloca Roma a ~45,5° N, praticamente sull'asse della pianura padana, molto più a nord della realtà. Ciò riflette un noto errore sistematico: la "compressione" delle differenze di latitudine in Italia meridionale e il "gonfiaggio" di quelle in Italia centrale e settentrionale.

Longitudine compressa: Roma appare spostata di ~2° a ovest. Questo rientra nell'errore globale di Tolomeo, che riduce le longitudini mediterranee per contenere la distanza da Alessandria all'Occidente entro circa 62° invece dei ~75° reali.

Errore strutturale, non accidentale: come mostrato dall'analisi della derivata, le discrepanze non dipendono da piccoli errori di misura, ma dalla costruzione teorica del sistema di Tolomeo (rapporti geometrici errati, assunzioni sulla lunghezza dei paralleli, eccesso di fiducia in fonti letterarie più che in osservazioni astronomiche dirette).

Implicazione cartografica: la Roma tolemaica si colloca quasi all'altezza della moderna Bologna, il che distorce l'intera rappresentazione dell'Italia: la penisola appare più lunga e più spostata verso settentrione, un tratto caratteristico della Geografia.

TERRACINA (Τερράκινα)
1. Dati di partenza dal Libro VIII
Durata massima del giorno (Tmax): 15 ore e 1/2
Tmax = 15,5 h
Differenza temporale da Alessandria: 1 h + 1/6 h
Δt = 1,1667 h
2. Calcoli astronomici
a. Semiampiezza oraria solstiziale (H_0):
$H_0 = 15° \cdot Tmax/2 = 15 \cdot 7,75 = 116,25°$
b. Coseno di H_0:
$\cos H_0 = \cos(116,25°) \approx -0,448$
c. Relazione astronomica:
$\cos H_0 = -\tan \varphi \cdot \tan \varepsilon$
con $\varepsilon \approx 23,84° \Rightarrow \tan \varepsilon \approx 0,441$
$\tan \varphi = 0,448/0,441 \approx 1,016 \Rightarrow \varphi T \approx 45,5°$ N
Latitudine tolemaica di Terracina: ~45°30' N
d. Longitudine:
$\lambda T = \lambda A - 15 \cdot \Delta t$
$= 29,92° - (15 \cdot 1,1667) = 29,92 - 17,5 = 12,42°$ E
Longitudine tolemaica: ~12°25' E
3. Confronto con realtà moderna
Coordinate moderne: 41,3° N, 13,25° E
Differenze:
Latitudine: +4,2° (Troppo a nord, stessa sovrastima che abbiamo visto per Roma)
Longitudine: −0,8° (leggermente spostata a ovest)
Scarto lineare: ~470 km verso N-O
4. Sensibilità (derivata)
Con formula:
$d\varphi/dT = 1/[1 + (\cos H_0/\tan \varepsilon)^2] \cdot \pi/(12 \tan \varepsilon) \cdot \sin(\pi T/12)$
Per T = 15,5 h:
$\sin(\pi T/12) = \sin(4,06) \approx -0,794$
Rapporto $\cos H_0 / \tan \varepsilon \approx -1,016 \rightarrow$ fattore = 0,49
Risultato:
$d\varphi/dT \approx -0,23$ gradi/h
Interpretazione: errore di 1 minuto → ±13,7" di latitudine.
5. Commento critico
Terracina è proiettata da Tolomeo ben più a nord, quasi in linea con la moderna Emilia-Romagna.

L'errore longitudinale è meno vistoso: la compressione verso occidente è ridotta ma coerente con il sistema generale di Tolomeo.
Come nel caso di Roma, la causa non è un errore osservativo ma il modello di riferimento: l'Italia appare "verticalizzata" e traslata.

NAPOLI (Νεάπολις)
1. Dati di partenza
Durata massima del giorno (Tmax): 14 ore + 1/2 + 1/3 + 1/12
Tmax = 14 + 0,5 + 0,333 + 0,083 = 14,9167 h
Differenza temporale da Alessandria: 1 h + 1/3 h = 1,333 h
ioronomica:
$-\tan\varphi \cdot 0{,}441 = -0{,}364 \Rightarrow \tan\varphi = 0{,}825$
$\varphi T \approx \arctan(0{,}825) = 39{,}2°$ N
Latitudine tolemaica: ~39°10' N
d. Longitudine:
$\lambda T = 29{,}92 - (15 \cdot 1{,}333) = 29{,}92 - 20 = 9{,}92°$ E
3. Confronto con realtà
Coordinate moderne: 40,85° N, 14,27° E
Differenze:
Latitudine:l −1,7° (Napoli posta più a sud del reale)
Longitudine: −4,3° (forte spostamento a ovest)
Scarto lineare: ~480 km, soprattutto per la longitudine.
4. Sensibilità
Per T = 14,917 h:
$\pi T/12 = 3{,}91$ rad $\rightarrow \sin(3{,}91) \approx -0{,}68$.
Rapporto cos H_0/tan ε = -0,364/0,441 = -0,825.
Fattore ≈ 0,595.
$d\varphi/dT \approx 0{,}595 \cdot \pi/(12 \cdot 0{,}441) \cdot (-0{,}68) \approx -0{,}23$ gradi/h
Errore di 1 min → ~13,8".
5. Commento critico
Napoli risulta collocata troppo a sud (quasi all'altezza della Calabria settentrionale).
L'errore longitudinale è molto più marcato che a Roma e Terracina: Napoli è "tirata" verso il Tirreno centrale, segno della compressione sistematica delle longitudini in Italia.
Il dato di T_max è più basso (14h 55m), il che spinge artificialmente Napoli verso sud, anche se in realtà è molto vicina a Roma e a Terracina.
Si nota quindi una forte disomogeneità interna, effetto combinato delle fonti eterogenee usate da Tolomeo.

NIZZA (Νίκαια τῶν Μασσαλιωτῶν, Nicea Massaliotarum)
Dati tolemaici
Giorno più lungo: 15 ore e 1/4 (15h 15m).
Differenza longitudinale da Alessandria: 2 ore e 1/8 (2h 7m 30s).
Calcoli astronomici
Durata massima del giorno
15h + ¼h = 15h + 15m = 15h 15m.
In termini decimali: 15 + 1/4 = 15,25 ore.
Latitudine corrispondente
Nella trigonometria tolemaica, la relazione tra latitudine φ e durata massima del giorno M è:
$\cos((M/2)\cdot 15°) = -\tan\varphi \cdot \tan\varepsilon$
con ε (obliquità dell'eclittica) ≈ 23°51'.
Per M = 15h 15m → semi-arco diurno = 7h 37m 30s = 114,375°.
Risolvendo, φ ≈ 43°40' N, molto vicino alla reale posizione di Nizza (43°42'N).
Differenza longitudinale
2 h 1/8 = 2 + 1/8 = 2,125 ore.
Conversione in gradi: 2,125 × 15° = 31,875°.
Alessandria ≈ 30°E → longitudine stimata di Nizza ≈ −1°E (ossia circa 1° Ovest).
Valore molto vicino alla realtà (Nizza oggi 7°17'E), ma Ptolemaios lo colloca troppo a occidente, probabilmente per compressione della longitudine mediterranea.
Contestualizzazione storica e geografica
Nizza (allora colonia massaliota, fondata da Focei di Massalia/Marseille) appare in Tolomeo come punto di riferimento essenziale per l'estremo occidentale dell'Italia settentrionale e della costa ligure. La sua latitudine è calcolata con grande accuratezza, segno di osservazioni astronomiche precise. Tuttavia, la longitudine risente dell'errore sistematico di Tolomeo, che tende a ridurre l'estensione est-ovest del Mediterraneo di circa 20°.
Commento critico
Precisione nella latitudine: eccellente (errore minore di 5').
Errore in longitudine: significativo (≈ 8° in difetto rispetto alla posizione reale).
Significato: la scheda di Nizza mostra come Tolomeo integrasse dati osservativi (giorno più lungo → latitudine) con stime meno precise basate sulla differenza oraria rispetto ad Alessandria (longitudine).
Funzione nella Geographia: Nizza rappresenta una "porta occidentale" del mondo italico, un confine geografico che collega l'Italia alla Gallia meridionale.

BRINDISI (Βρεντέσιον)
Dati tolemaici
Giorno più lungo: 14 ore + 1/2 + 1/3
Differenza longitudinale da Alessandria: 1 ora + 1/6
Calcoli astronomici
Durata massima del giorno
Conversione delle frazioni:
1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6
Totale: 14 + 5/6 h ≈ 14.833 h ≈ 14h 50 min
Calcolo latitudine (φT)
Semi-arco diurno: H_0 = 14.833 / 2 = 7.4165 h
Conversione in gradi: H_0 × 15° = 111.25°
Formula astronomica di Tolomeo:
cos H_0 = -tan φ · tan ε
con ε ≈ 23°51'
Risolvendo: φT ≈ 41°03' N
Latitudine reale di Brindisi ≈ 40°39' N
Errore latitudine: Δφ ≈ +0.4° (~45 km a nord)
Calcolo longitudine (λT)
Differenza da Alessandria: 1h + 1/6h = 1.1667 h
Conversione in gradi: 1.1667 × 15° = 17.5°
Alessandria ≈ 30°E → λT ≈ 12.5°E
Longitudine reale di Brindisi ≈ 17.8°E
Errore longitudinale: Δλ ≈ −5.3° (~400 km a ovest)
Contestualizzazione storica e geografica
Brindisi era un porto strategico della via Appia e punto di collegamento tra Italia e Grecia. Nella cartografia di Tolomeo la città appare correttamente sul versante adriatico, anche se l'errore longitudinale è consistente. La posizione sulla mappa corrisponde a una zona coerente della Puglia, pur essendo spostata a ovest.
Commento critico
Latitudine: molto buona, quasi esatta; indica che Tolomeo aveva dati relativamente precisi sui giorni massimi delle località adriatiche.
Longitudine: errore significativo, tipico della difficoltà di Tolomeo nel calcolo dei meridiani occidentali.
Valore metodologico: la scheda mostra la distribuzione degli errori di Tolomeo, con latitudini affidabili ma longitudini sistematicamente sottostimate verso ovest.

ANCONA (Ἄνκων)
Dati tolemaici
Giorno più lungo: 15 ore + 1/3
Differenza longitudinale da Alessandria: 1 ora + 1/15
Calcoli astronomici
Durata massima del giorno
Conversione frazionaria: 1/3 h ≈ 0.333 h
Totale: 15 + 0.333 h ≈ 15.333 h ≈ 15 h 20 min
Calcolo latitudine (φT)
Semi-arco diurno: Tmax / 2 = 15.333 / 2 = 7.6665 h
Conversione in gradi: H_0 = 7.6665 × 15° ≈ 115.0°
Relazione astronomica:
cos H_0 = -tan φ · tan ε
con ε ≈ 23°51'
Risolvendo: φT ≈ 43°33' N
Latitudine moderna di Ancona ≈ 43°37' N
Errore latitudine: Δφ ≈ −0.07° (~7 km), praticamente trascurabile
Calcolo longitudine (λT)
Differenza da Alessandria: 1 + 1/15 h ≈ 1,0667 h
Conversione in gradi: 1,0667 × 15° ≈ 16.0°
Alessandria ≈ 30°E → λT ≈ 14.0°E
Longitudine moderna di Ancona ≈ 13.5°E
Errore longitudinale: Δλ ≈ +0.5° (~40 km), molto contenuto.
Contestualizzazione storica e geografica
Ancona era un porto rilevante lungo la costa adriatica centrale. La posizione riportata da Tolomeo mostra un'ottima coerenza sia latitudinale che longitudinale rispetto al sito reale. Questo esempio evidenzia come, in alcune località italiane centrali, Tolomeo disponesse di dati abbastanza precisi.
Commento critico
Latitudine: quasi perfetta; indica misurazioni astronomiche precise o affidabili tradizioni locali.
Longitudine: errore minimo, in linea con la posizione reale lungo l'Adriatico.
Valore metodologico: la scheda dimostra che per alcune località centrali della costa adriatica la cartografia tolemaica può essere considerata molto affidabile.
Osservazione generale: Ancona rappresenta un caso positivo nella precisione geografica di Tolomeo, a differenza di città più occidentali o meridionali dove la longitudine mostra errori maggiori.

RAVENNA (Ῥάβεννα)
Dati tolemaici
Giorno più lungo: 15 ore meridionali + 1/3 + 1/12
Differenza longitudinale da Alessandria: 1 ora + 1/3 + 1/15
Calcoli astronomici
Durata massima del giorno
Conversione frazionaria:
1/3 = 0,3333 h, 1/12 ≈ 0,0833 h
Totale frazioni: 0,3333 + 0,0833 ≈ 0.4166 h
Giorno massimo: 15 + 0,4166 ≈ 15,4166 h ≈ 15 h 25 min
Calcolo latitudine (φT)
Semi-arco diurno: Tmax / 2 = 15,4166 / 2 ≈ 7,7083 h
Conversione in gradi: H_0 = 7,7083 × 15° ≈ 115.625°
Relazione astronomica:
cos H_0 = -tan φ · tan ε
con ε ≈ 23°51'
Risolvendo: φT ≈ 44°03' N
Latitudine moderna di Ravenna ≈ 44°25' N
Errore latitudine: Δφ ≈ −0.37° (~41 km), piccolo ma sensibile
Calcolo longitudine (λT)
Differenza da Alessandria: 1 + 1/3 + 1/15 h ≈ 1,3667 + 0,0667 ≈ 1,4333 h
Conversione in gradi: 1,4333 × 15° ≈ 21.5°
Alessandria ≈ 30°E → λT ≈ 8.5°E
Longitudine moderna di Ravenna ≈ 12.2°E
Errore longitudinale: Δλ ≈ −3,7° (~330 km), significativo.
Contestualizzazione storica e geografica
Ravenna era già un importante porto e centro amministrativo nell'Italia settentrionale, vicino al delta del Po. La latitudine riportata da Tolomeo è relativamente accurata, mentre la longitudine mostra un errore consistente, tipico delle città più occidentali e settentrionali della Penisola, dove la misura delle differenze da Alessandria tendeva a sottostimare la distanza reale verso occidente.
Commento critico
Latitudine: discreta, con scarto di circa 41 km; dimostra una buona approssimazione astronomica.
Longitudine: sottostima significativa; probabilmente derivata da errori cumulativi nella trasmissione dei dati longitudinali o nella conversione dalle stime meridiane.
Valore metodologico: Ravenna mostra come l'accuratezza tolemaica fosse

più elevata per latitudini centrali e meridiane, mentre le longitudini occidentali soffrivano di errori maggiori.
Osservazione generale: utile come esempio di coerenza relativa nella latitudine e di limiti della stima longitudinale di Tolomeo per il nord-est italiano.

AQUILEIA (Ἀκουιλήία)
Dati tolemaici
Giorno più lungo: 15 ore + 1/6
Differenza longitudinale da Alessandria: 1 ora + 1/6 + 1/4
Calcoli astronomici
Durata massima del giorno
Conversione frazionaria:
1/6 ≈ 0,1667 h
Totale: 15 + 0,1667 ≈ 15,1667 h ≈ 15 h 10 min
Calcolo latitudine (φT)
Semi-arco diurno: Tmax / 2 = 15,1667 / 2 ≈ 7,5833 h
Conversione in gradi: H_0 = 7,5833 × 15° ≈ 113,75°
Relazione astronomica:
cos H_0 = -tan φ · tan ε
con ε ≈ 23°51'
Risolvendo: φT ≈ 45°02' N
Latitudine moderna di Aquileia ≈ 45°45' N
Errore latitudine: Δφ ≈ −0.7° (~78 km), modesto ma visibile
Calcolo longitudine (λT)
Differenza da Alessandria: 1 + 1/6 + 1/4 = 1 + 0,1667 + 0,25 ≈ 1.4167 h
Conversione in gradi: 1,4167 × 15° ≈ 21,25°
Alessandria ≈ 30°E → λT ≈ 8,75°E
Longitudine moderna di Aquileia ≈ 13.37°E
Errore longitudinale: Δλ ≈ −4.62° (~410 km), consistente.
Contestualizzazione storica e geografica
Aquileia era un importante centro commerciale e strategico nel nord-est della Penisola, vicino al delta del fiume Natisone e all'Adriatico settentrionale. La latitudine riportata da Tolomeo è abbastanza precisa, confermando la sua capacità di stima astronomica delle città settentrionali, mentre la longitudine risulta sottostimata, un problema comune per le località più occidentali e settentrionali.
Commento critico
Latitudine: discreta, con uno scarto di circa 78 km; indica un'accuratezza

abbastanza buona nelle stime astronomiche di Tolomeo per il nord-est.
Longitudine: errore significativo (~410 km), probabilmente derivante da approssimazioni cumulative o da dati longitudinali non precisi.
Valore metodologico: Aquileia mostra la costanza del metodo tolemaico nel fornire latitudini relativamente accurate, con limiti più evidenti nelle longitudini occidentali.
Osservazione generale: utile per comprendere le differenze di precisione tra latitudine e longitudine nelle tavole di Tolomeo, e come le stime di città settentrionali siano più suscettibili a errori longitudinali.

BENEVENTO (Βενέουεντος)
Dati tolemaici
Giorno più lungo: 15 ore + 1/2
Differenza longitudinale da Alessandria: 1 ora + 1/15
Calcoli astronomici
Durata massima del giorno
Conversione frazionaria in ore decimali:
1/2 = 0,5
Totale: 15 + 0,5 ≈ 15,5 h
Semi-arco diurno:
Tmax/2 = 15,5 / 2 = 7,75 h
Conversione in gradi:
H_0 = 7,75 × 15° = 116,25°
Calcolo latitudine (φT)
Relazione astronomica:
cos H_0 = -tan φ · tan ε
con ε ≈ 23,85°
Calcoli intermedi:
cos 116,25° ≈ -0,453
tan ε ≈ 0,442
tan φ = -cos H_0 / tan ε = 0,453 / 0,442 ≈ 1.025
φT = arctan(1.025) ≈ 45.3° N
Latitudine moderna Benevento ≈ 41,13° N
Errore latitudine: Δφ ≈ +4.17° (~463 km), sovrastima rilevante
Calcolo longitudine (λT)
Differenza da Alessandria: 1 + 1/15 ≈ 1 + 0,0667 = 1,0667 h
Conversione in gradi: 1,0667 × 15° ≈ 16.0°
Alessandria ≈ 30°E → λT ≈ 30 − 16 ≈ 14,0°E
Longitudine moderna Benevento ≈ 14,78°E

Errore longitudinale: $\Delta\lambda \approx -0{,}78°$ (~70 km), molto contenuto.
Contestualizzazione storica e geografica
Benevento era una città strategica nell'Italia meridionale, posta lungo la via Appia e punto di collegamento tra la Campania e le regioni interne. La latitudine tolemaica sovrastimata mostra come Tolomeo possa aver confuso le durate massime dei giorni, forse usando fonti diverse o approssimazioni di calcolo. La longitudine è invece sorprendentemente vicina a quella reale, indicando una certa affidabilità nella misura delle differenze temporali rispetto ad Alessandria per la Campania.
Commento critico
Latitudine: sovrastimata di circa 4.17°, riflette probabilmente errori nelle stime della durata massima del giorno o nell'interpretazione delle fonti.
Longitudine: quasi corretta, con scarto inferiore a 1°, indicando che la differenza oraria rispetto ad Alessandria era ben stimata.
Osservazione metodologica: Benevento dimostra come Tolomeo riuscisse a posizionare correttamente città meridionali italiane in longitudine, pur con discrepanze latitudinali.
Rilevanza storica: la posizione tolemaica mantiene la coerenza topografica regionale, confermando l'utilità della sua Geographia per ricostruzioni storiche e geografiche anche se le coordinate non sono perfette.

CAPUA (Καπύη)
Dati tolemaici
Giorno più lungo: 15 ore + 1/2
Differenza longitudinale da Alessandria: 1 ora + 1/3
Calcoli astronomici
Durata massima del giorno
Conversione frazionaria in ore decimali:
1/2 = 0.5
Totale: 15 + 0,5 = 15,5 h
Semi-arco diurno:
Tmax/2 = 15,5 / 2 = 7,75 h
Conversione in gradi:
$H_0 = 7{,}75 \times 15° = 116{,}25°$
Calcolo latitudine (φT)
Relazione astronomica:
$\cos H_0 = -\tan \varphi \cdot \tan \varepsilon$
con $\varepsilon \approx 23{,}85°$
Calcoli intermedi:

cos 116.25° ≈ -0,453
tan ε ≈ 0,442
tan φ = -cos H_0 / tan ε = 0,453 / 0,442 ≈ 1.025
φT = arctan(1.025) ≈ 45.3° N
Latitudine moderna Capua ≈ 41,1° N
Errore latitudine: Δφ ≈ +4,2° (~460 km), sovrastima significativa
Calcolo longitudine (λT)
Differenza da Alessandria: 1 + 1/3 ≈ 1,333 h
Conversione in gradi: 1,333 × 15° ≈ 20.0°
Alessandria ≈ 30°E → λT ≈ 30 − 20 ≈ 10,0°E
Longitudine moderna Capua ≈ 14,2°E
Errore longitudinale: Δλ ≈ −4,2° (~370 km), notevole sottostima
Contestualizzazione storica e geografica
Capua era una delle città principali della Campania, situata lungo importanti vie di comunicazione verso Roma e il Sud Italia. La latitudine sovrastimata da Tolomeo indica errori nella durata massima del giorno, mentre la longitudine mostra una significativa sottostima della posizione reale. Questo riflette possibili approssimazioni nella misurazione delle differenze orarie rispetto ad Alessandria o errori di trascrizione nelle fonti.
Commento critico
Latitudine: sovrastimata di circa 4,2°, come per Benevento, suggerendo una tendenza generale di Tolomeo a posizionare le città campane più a nord rispetto alla realtà.
Longitudine: sottostimata di circa 4,2°, errore maggiore rispetto a Benevento, indicando una stima imprecisa della distanza temporale da Alessandria per Capua.
Osservazione metodologica: Capua evidenzia come le stime di Tolomeo fossero più accurate in latitudine per regioni meridionali lontane dalla Campania, mentre le città interne mostrano errori cumulativi.
Rilevanza storica: nonostante le discrepanze, la posizione tolemaica mantiene la coerenza topografica relativa con le altre città della Campania e consente una ricostruzione storica generale affidabile.

Corsica (Cyrnus)
Tolomeo nel brano elenca l'isola di Cyrnus (Corsica) con le città di Aleria e Mariana. I valori trasmessi riflettono grandi discrepanze rispetto alla moderna collocazione della Corsica.

ALERIA (Ἀλερίᾱ)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: T_max = 14 h + 30 m + 20 s ≈ 14,5167 h
Differenza da Alessandria verso occidente: Δt ≈ 2 h
Calcolo della semi-ampiezza:
$H_0 = 15° \cdot (T_{max})/2 = 15 \cdot 7{,}25835 \approx 108{,}88°$
Relazione astronomica:
$\cos(H_0) = -\tan(\varphi) \cdot \tan(\varepsilon)$, $\varepsilon \approx 23{,}7°$
$\cos(108{,}88°) \approx -0{,}328$, $\tan(\varepsilon) \approx 0{,}439$
$-\tan(\varphi) \cdot 0{,}439 = -0{,}328 \Longrightarrow \tan(\varphi) \approx 0{,}746$
$\varphi_T = \arctan(0{,}746) \approx 36{,}8°$ N
Longitudine Tolomea (assoluta):
$\lambda_{(T,abs)} = 31{,}2 - 15 \cdot \Delta t = 31{,}2 - 30 = 1{,}2°$ E
Coordinate moderne stimate: 42,2° N, 9,3° E
Differenze: $\Delta\varphi \approx -5{,}4°$, $\Delta\lambda \approx -8{,}1°$
Distanza ipotetica: d ≈ 830 km
Sensibilità:
$d\varphi/dT \approx -0{,}230°/h \Longrightarrow \Delta\varphi$ per 1 min ≈ 13,8''
Commento critico:
L'errore in latitudine di oltre 5° evidenzia una forte sottostima della posizione settentrionale della Corsica.
La longitudine è notevolmente spostata a ovest rispetto alla realtà.
Tolomeo probabilmente ha calcolato la posizione sulla base di informazioni marittime o stime grossolane dei porti corsi.

MARIANA (Μαριανὴ)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: T_max = 15 h
Differenza da Alessandria verso occidente: Δt ≈ 2 h
Calcolo della semi-ampiezza:
$H_0 = 15° \cdot (T_{max})/2 = 15 \cdot 7{,}5 = 112{,}5°$
Relazione astronomica:
$\cos(H_0) = \cos(112{,}5°) \approx -0{,}374$
$-\tan(\varphi) \cdot 0{,}439 = -0{,}374 \Longrightarrow \tan(\varphi) \approx 0{,}851$
$\varphi_T \approx 40{,}3°$ N
Longitudine Tolomea:
$\lambda_{(T,abs)} = 31{,}2 - 15 \cdot 2 = 1{,}2°$ E
Coordinate moderne stimate: 42,5° N, 9,4° E
Differenze: $\Delta\varphi \approx -2{,}2°$, $\Delta\lambda \approx -8{,}2°$

Distanza ipotetica: d ≈ 580 km
Sensibilità:
dφ/dT ≈ -0,231°/h, Δφ per 1 min ≈ 13,9''
Commento critico:
Latitudine sottostimata ma leggermente migliore rispetto ad Aleria.
La longitudine tolemaica rimane fortemente spostata a ovest, indicando la difficoltà di Tolomeo nel collocare con precisione le isole più piccole.

Sardegna

GURULIS NUOVA (Γουρουλλὶς ἡ Νέα)
1) Dati e assunzioni
Durata massima del giorno T_{max} = 14.55 h.
Differenza oraria (Tolomeo): Δt = 1.217 h.
Longitudine di Alessandria (riferimento comune usato qui): λ_{alex} = 31.2° E.
Obliquità adottata (Tolomeo storicamente): ε = 23° 50' = 23.833333° → tan ε ≈ 0.4417476712.
2) Semi-ampiezza diurna H_0
$H_0 = 15° \times T_{max}/2 = 15° \times 14.55/2 = 15° \times 7.275 = 109.125°$.
Calcolo trigonometrico:
cos H_0 ≈ cos(109.125°) = -0.3276301796.
3) Latitudine tolemaica (forma usata da Tolomeo)
Relazione di Tolomeo (forma invertita usata qui):
cos H_0 = -tan φ tan ε ⟹ tan φ = -cos H_0/tan ε.
Sostituendo i numeri:
tan φ = -(-0.3276301796)/0.4417476712 ≈ 0.7416681534.
φ_t = arctan(0.7416681534) ≈ 36.5631508232°.
Conversione in gradi/minuti/secondi:
φ_t ≈ 36° 33' 47.34'' N.
Quindi la latitudine ricavata da Tolomeo (con i dati forniti) è ~36°33'47" N.
4) Longitudine tolemaica (da Δt rispetto ad Alessandria)
Conversione orario → gradi: 1 h = 15°.
$\Delta\lambda = 15° \times \Delta t = 15 \times 1.217 = 18.255°$.
Longitudine tolemaica (in gradi Est, nello stesso sistema di riferimento di Alessandria):
$\lambda_t = \lambda_{alex} - \Delta\lambda = 31.2° - 18.255° \approx 12.945°$ E.
In DMS:
$\lambda_t \approx 12° 56' 42.00''$ E.
(Se invece si usasse un valore alternativo per λ_{alex} il numero cambia

rigidamente di quel offset.)
5) Confronto con la posizione moderna (Cuglieri)
Coordinate moderne usate per Cuglieri: 40.1877987°N, 8.5652105°E (Differenze (Tolomeo − moderno):
$\Delta\varphi = \varphi_t - \varphi_{mo}$d = 36.5631508 - 40.1877987 ≈ -3.6246479°.
In DMS: ≈ −3°37'28.7" (Tolomeo pone Gurulis Nuova ~3°37' più a S rispetto a Cuglieri moderna).
$\Delta\lambda = \lambda_t - \lambda_{mo}$d = 12.9450 - 8.5652105 ≈ +4.3797895°.
In DMS: ≈ +4°22'47.2" (Tolomeo pone il punto ricostruito ~4°22' più a E rispetto a Cuglieri).
Distanza approssimata (haversine, cerchio massimo) tra la posizione tolemaica ricostruita e Cuglieri moderna:
d ≈ 555.0 km.
Interpretazione immediata: con i dati T_{max} = 14.55 h, Δt = 1.217 h la posizione tolemaica ricavata risulta molto spostata rispetto alla localizzazione moderna di Cuglieri: circa 3.6° verso sud e 4.38° verso est, distanza ~555 km. Questo è un disallineamento consistente: forse l'identificazione testuale (Gurulis Nova → Cuglieri) è problematica per questa voce specifica.
6) Sensibilità della latitudine rispetto a T (derivata analitica)
Per comodità uso la forma numericamente stabile già ricavata:
$d\varphi/dT = \omega \sin H_0 \tan\varepsilon/(\tan^2\varepsilon + \cos^2 H_0)$, dove ω = π/24 rad/h.
Valori numerici intermedi:
H_0 = 109.125° ⇒ $\sin H_0 \approx \sin(109.125°) \approx 0.9440239$.
$\tan\varepsilon \approx 0.4417476712$.
$\tan^2\varepsilon + \cos^2 H_0 \approx (0.4417477)^2 + (-0.32763018)^2 \approx 0.195140 + 0.107365 \approx 0.302505$.
Calcolo:
$d\varphi/dT \approx 0.1806155979$ rad/h ≈ 10.34851147°/h.
Quindi:
Effetto di 1 minuto (1/60 h):
Δφ ≈ 10.3485°/60 ≈ 0.172475° ≈ 10'20.9" (≈ 19.2 km in latitudine).
Effetto di 5 minuti: ≈ 0.8624° (≈ 96 km).
Osservazione: la sensibilità calcolata è alta: un singolo minuto di errore/ambiguità in T produce oltre 10' di latitudine, cioè decine di chilometri. Questo spiega perché differenze apparentemente piccole nei valori tabellari (ore/minuti) producono grandi scarti geografici.
7) Critica e possibili cause delle discrepanze
La discrepanza di ~555 km fra la posizione ricostruita da Tolomeo (con i dati forniti) e la località moderna suggerisce una (o più) delle seguenti possibilità:

1) Errore nella trasmissione del dato: la voce del T o del Δt potrebbe essere corrotta o trascritta in forma diversa rispetto alla lezione antica che identifica Gurulis Nova.
2) Diversa convenzione meridiana: la scelta del valore di λ_{alex} (o l'uso di un meridiano diverso) cambia linearmente la longitudine calcolata; se usiamo un meridiano diverso, la λ_t numerica cambia. (Es.: se si usasse λ_{alex} = 29.9187° come in una precedente tua ipotesi, si otterrebbe λ_t ≈ 11.664° E e la discrepanza longitudinale rispetto a Cuglieri sarebbe minore.)
3) Identificazione topos ↔ toponimo incerta: le fonti moderne identificano spesso Gurulis Nova con l'area di Cuglieri ma questa identificazione è storica/etimologica e non sempre corrisponde perfettamente alle coordinate tolemaiche (problemi di trasmissione, di nomi simili, o di multipla localizzazione).
8) Riepilogo numerico (valori principali, con arrotondamenti)
Dati usati: T_{max}=14.55 h, Δt=1.217 h.
H_0 = 109.125°.
cos H_0 ≈ -0.32763018.
tan ε ≈ 0.44174767.
tan φ ≈ 0.74166815 → φ_t ≈ 36°33'47.3'' N.
λ_t ≈ 12°56'42.0'' E. (con λ_{alex}=31.2°).
Confronto moderno (Cuglieri 40°11'16.1'' N, 8°33'54.8'' E): Δφ ≈ −3°37'28.7'', Δλ ≈ +4°22'47.2''. Distanza ≈ 555 km.
Sensibilità: dφ/dT ≈ 10.3485°/h ⇒ 1' di T → ≈10'20.9'' di latitudine (≈ 19 km).

SULCI (Sant'Antioco) (Σόλκοι)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: T_max = 14h 30m + 1/12 → convertiamo in ore decimali: T_max = 14 + 30/60 + 1/12/60 ≈ 14,5042h
Differenza da Alessandria verso occidente: Δt = 1h + 30m + 1/3 min + 1/15 min
Convertiamo in ore decimali:
30m = 0,5h
1/3 min ≈ 0,00556h
1/15 min ≈ 0,00111h
Δt ≈ 1 + 0,5 + 0,00556 + 0,00111 ≈ 1,5067h
Calcolo della semi-ampiezza:
H_0 = 15° · (T_max/2) = 15 · (14,5042/2) ≈ 108,78°
Relazione astronomica:
cos(H_0) = -tan(φ) · tan(ε), con ε ≈ 23,7°

$\cos(108{,}78°) \approx -0{,}326$
$\tan(\varepsilon) \approx 0{,}439$
$-\tan(\varphi) \cdot 0{,}439 = -0{,}326 \Longrightarrow \tan(\varphi) \approx 0{,}743$
$\varphi_T = \arctan(0{,}743) \approx 36{,}6° \text{ N}$
Longitudine Tolomea (assoluta):
Assumendo $\lambda_{Alessandria} = 31{,}2° \text{ E}$:
$\lambda_{(T,abs)} = 31{,}2 - 15 \cdot \Delta t = 31{,}2 - 15 \cdot 1{,}5067 \approx 31{,}2 - 22{,}6 \approx 8{,}6° \text{ E}$
Confronto con coordinate moderne:
Posizione stimata moderna: Sant'Antioco, Sardegna ($\approx 39{,}065° \text{ N}, 8{,}456° \text{ E}$)
Differenze:
$\Delta\varphi \approx 36{,}6 - 39{,}065 \approx -2{,}465°$ (latitudine sottostimata)
$\Delta\lambda \approx 8{,}6 - 8{,}456 \approx +0{,}144°$ (leggera sovrastima longitudinale)
Distanza ipotetica: $d \approx \sqrt{[(111 \cdot \Delta\varphi)^2 + (85 \cdot \Delta\lambda)^2]} \approx \sqrt{[(111 \cdot (-2{,}465))^2 + (85 \cdot 0{,}144)^2]} \approx \sqrt{[273{,}6^2 + 12{,}2^2]} \approx 274 \text{ km}$
Sensibilità e stima dell'errore:
$d\varphi/dT = [1/(1 + (\cos(H_0)/\tan(\varepsilon))^2)] \cdot [\pi/(12 \cdot \tan(\varepsilon))] \cdot \sin(\pi T/12)$
$\pi T/12 = \pi \cdot 14{,}5042/12 \approx 3{,}80 \text{ rad}, \sin(3{,}80) \approx -0{,}601$
$1/(1 + (0{,}326/0{,}439)^2) \approx 0{,}644$
$d\varphi/dT \approx 0{,}644 \cdot (\pi/12)/0{,}439 \cdot (-0{,}601) \approx -0{,}232°/\text{h}$
Errore di 1 min $\rightarrow \Delta\varphi \approx 0{,}232/60 \approx 14''$
Commento critico:
La latitudine di Solci secondo Tolomeo è sottostimata di circa 2,5°, probabilmente per combinazione di: errori di trasmissione numerica, approssimazioni astronomiche, o meridiani di riferimento poco precisi.
La longitudine è estremamente accurata, differendo di soli 0,14°, suggerendo che le misure di longitudine basate su differenze temporali relative ad Alessandria fossero molto precise per la zona di Sant'Antioco nella Sardegna sud-occidentale.
La bassa sensibilità della latitudine a piccoli errori di T_{max} indica che anche discrepanze di pochi minuti non cambiano drasticamente la posizione calcolata, ma errori cumulativi o conversioni errate tra ore/minuti potevano introdurre scarti significativi.
L'identificazione con Sant'Antioco (antica Sulci) mostra una corrispondenza eccellente, con una differenza latitudinale di soli 2,5° e una precisione longitudinale straordinaria di 0,14°, confermando l'accuratezza delle osservazioni tolemaiche per questa importante località dell'isola di Sant'Antioco nella Sardegna meridionale

CAGLIARI (Κάραλλις)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: $T_{max} = 14\ h + 30\ m = 14{,}5\ h$
Differenza da Alessandria verso occidente: $\Delta t = 1\ h + 10\ m + 1/3\ min \approx 1{,}1722\ h$
(10 min = 0,1667 h; 1/3 min ≈ 0,0056 h → totale $\Delta t \approx 1 + 0{,}1667 + 0{,}0056 \approx 1{,}1723$ h)
Calcolo della semi-ampiezza:
$H_0 = 15° \cdot (T_{max})/2 = 15 \cdot 7{,}25 \approx 108{,}75°$
Relazione astronomica:
$\cos(H_0) = -\tan(\varphi) \cdot \tan(\varepsilon)$, $\varepsilon \approx 23{,}7°$
$\cos(108{,}75°) \approx -0{,}326$
$\tan(\varepsilon) \approx 0{,}439$
$-\tan(\varphi) \cdot 0{,}439 = -0{,}326 \Longrightarrow \tan(\varphi) \approx 0{,}743$
$\varphi_T = \arctan(0{,}743) \approx 36{,}6°$ N
Longitudine Tolomea (assoluta):
Assumendo $\lambda_{Alessandria} = 31{,}2°$ E:
$\lambda_{(T,abs)} = 31{,}2 - 15 \cdot \Delta t = 31{,}2 - 15 \cdot 1{,}1723 \approx 31{,}2 - 17{,}5845 \approx 13{,}6155°$ E
Confronto con coordinate moderne:
Posizione moderna: Cagliari (≈ 39,2° N, 9,1° E)
Differenze: $\Delta\varphi \approx 36{,}6 - 39{,}2 \approx -2{,}6°$ (latitudine sottostimata)
$\Delta\lambda \approx 13{,}62 - 9{,}1 \approx +4{,}52°$ (longitudine sovrastimata)
Distanza ipotetica: $d \approx \sqrt{((111\ \Delta\varphi)^2 + (85\ \Delta\lambda)^2)} \approx 425$ km
Sensibilità e stima dell'errore:
$d\varphi/dT = [1/(1 + (\cos(H_0)/\tan(\varepsilon))^2)] \cdot [\pi/(12 \tan(\varepsilon))] \cdot \sin(\pi T/12)$
$\pi T/12 = \pi \cdot 14{,}5 / 12 \approx 3{,}797$ rad, $\sin(3{,}797) \approx -0{,}598$
$1/(1 + (0{,}326/0{,}439)^2) \approx 0{,}644$
$d\varphi/dT \approx 0{,}644 \cdot (\pi / 12) / 0{,}439 \cdot (-0{,}598) \approx -0{,}231°/h$
Errore di 1 min → $\Delta\varphi \approx 14''$
Commento critico:
La latitudine tolemaica di Cagliari è sottostimata di circa 2,6°, un errore simile a quello rilevato per I Solci. Questo suggerisce che le misurazioni della Sardegna da Tolomeo fossero sistematicamente leggermente troppo a sud.
La longitudine è sovrastimata di oltre 4°, indicando un possibile effetto cumulativo dei metodi di calcolo del tempo da Alessandria e dei meridiani di riferimento.
L'errore combinato porta a uno scarto complessivo notevole rispetto alla posizione reale, ma la formula di sensibilità conferma che piccoli errori nella determinazione di T_{max} avrebbero un impatto limitato sulla latitudine: il

problema principale è la precisione dei dati di partenza e delle conversioni.
Questo tipo di analisi mostra l'importanza di considerare sia latitudine sia longitudine nel confronto tra coordinate tolemaiche e moderne, perché l'accuratezza relativa può variare notevolmente da regione a regione.

LA TORRE DI LIBISONE (Πύργος Λιβίσσωνος)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: $T_{max} = 14\text{ h} + 30\text{ m} + 15\text{ s} \approx 14{,}5\text{ h} + 1/4\text{ min} = 14{,}5167\text{ h}$
Differenza da Alessandria verso occidente: $\Delta t \approx 2\text{ h}$
Calcolo della semi-ampiezza:
$H_0 = 15° \cdot (T_{max})/2 = 15 \cdot 7{,}25835 \approx 108{,}88°$
Relazione astronomica:
$\cos(H_0) = -\tan(\varphi) \cdot \tan(\varepsilon)$, $\varepsilon \approx 23{,}7°$
$\cos(108{,}88°) \approx -0{,}328$
$\tan(\varepsilon) \approx 0{,}439$
$-\tan(\varphi) \cdot 0{,}439 = -0{,}328 \Longrightarrow \tan(\varphi) \approx 0{,}746$
$\varphi_T = \arctan(0{,}746) \approx 36{,}8°$ N
Longitudine Tolomea (assoluta):
Assumendo $\lambda_{Alessandria} = 31{,}2°$ E:
$\lambda_{(T,abs)} = 31{,}2 - 15 \cdot \Delta t = 31{,}2 - 15 \cdot 2 \approx 31{,}2 - 30 = 1{,}2°$ E
Confronto con coordinate moderne (stima mediana costiera):
Posizione moderna stimata: La Torre di Libisone ≈ 40,0° N, 9,5° E
Differenze: $\Delta\varphi \approx 36{,}8 - 40{,}0 \approx -3{,}2°$ (latitudine sottostimata)
$\Delta\lambda \approx 1{,}2 - 9{,}5 \approx -8{,}3°$ (longitudine sottostimata)
Distanza ipotetica: $d \approx \sqrt{((111\ \Delta\varphi)^2 + (85\ \Delta\lambda)^2)} \approx 820$ km
Sensibilità e stima dell'errore:
$d\varphi/dT = [1/(1 + (\cos(H_0)/\tan(\varepsilon))^2)] \cdot [\pi/(12\tan(\varepsilon))] \cdot \sin(\pi T/12)$
$\pi T/12 = \pi \cdot 14{,}5167 / 12 \approx 3{,}807$ rad, $\sin(3{,}807) \approx -0{,}598$
$1/(1 + (0{,}328/0{,}439)^2) \approx 0{,}642$
$d\varphi/dT \approx 0{,}642 \cdot (\pi / 12) / 0{,}439 \cdot (-0{,}598) \approx -0{,}230°/\text{h}$
Errore di 1 min $\rightarrow \Delta\varphi \approx 13{,}8''$
Commento critico:
La latitudine tolemaica di La Torre di Libisone è sottostimata di circa 3,2°, un errore più consistente rispetto a Cagliari o Sulci, probabilmente dovuto a dati grezzi o interpolazioni regionali nel tratto nord della Sardegna.
La longitudine è fortemente sottostimata (oltre 8°), suggerendo che Tolomeo ha collocato l'isola molto più a est rispetto alla posizione reale.
Lo scarto complessivo è notevole, con distanza ipotetica superiore a 800 km, evidenziando la difficoltà nel correggere le posizioni delle isole minori e i limiti

della rete meridiana tolemaica.
L'analisi della sensibilità conferma che piccoli errori nella misura del giorno massimo hanno un impatto limitato sulla latitudine, quindi la principale causa degli scarti è nei dati originari o nella conversione del tempo in longitudine.

Sicilia

LILIBEO (Sicilia occidentale, oggi Marsala/Trapani) (Λιλύβαιον)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: $T_{max} = 14\ h + 30\ m = 14{,}5\ h$
Differenza da Alessandria verso occidente: $\Delta t \approx 1\ h + 1/6 + 1/15 \approx 1{,}111\ h$
Calcolo della semi-ampiezza:
$H_0 = 15° \cdot (T_{max})/2 = 15 \cdot 7{,}25 \approx 108{,}75°$
Relazione astronomica:
$\cos(H_0) = -\tan(\varphi) \cdot \tan(\varepsilon)$, $\varepsilon \approx 23{,}7°$
$\cos(108{,}75°) \approx -0{,}328$, $\tan(\varepsilon) \approx 0{,}439$
$-\tan(\varphi) \cdot 0{,}439 = -0{,}328 \Longrightarrow \tan(\varphi) \approx 0{,}746$
$\varphi_T = \arctan(0{,}746) \approx 36{,}6°\ N$
Longitudine Tolomea:
$\lambda_{(T,abs)} = 31{,}2 - 15 \cdot 1{,}111 \approx 31{,}2 - 16{,}665 = 14{,}535°\ E$
Coordinate moderne: circa 37,8° N, 12,5° E
Differenze: $\Delta\varphi \approx -1{,}2°$, $\Delta\lambda \approx +2{,}0°$
Distanza ipotetica: $d \approx 190\ km$
Sensibilità:
$d\varphi/dT \approx -0{,}224°/h$, $\Delta\varphi$ per 1 min ≈ 13,4''
Commento critico:
Piccolo errore di latitudine, indica una buona stima della posizione nord-sud.
Longitudine leggermente spostata a est, probabilmente per la sottostima della distanza da Alessandria.
La correzione è relativamente semplice grazie alla posizione costiera e alla conoscenza dei porti.

SIRACUSA (Συρακοῦσαι)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: $T_{max} = 14\ h + 30\ m + 1/8\ h \approx 14{,}5167\ h$
Differenza da Alessandria: $\Delta t \approx 1\ h + 1/3 + 1/15 \approx 1{,}3667\ h$
Calcolo della semi-ampiezza:
$H_0 = 15° \cdot (T_{max})/2 = 15 \cdot 7{,}25835 \approx 108{,}88°$
Relazione astronomica:

$\cos(H_0) = \cos(108{,}88°) \approx -0{,}3276$
$-\tan(\varphi) \cdot 0{,}439 = -0{,}3276 \Longrightarrow \tan(\varphi) \approx 0{,}746$
$\varphi_T \approx 36{,}6°$ N
Longitudine Tolomea:
$\lambda_{(T,abs)} = 31{,}2 - 15 \cdot 1{,}3667 \approx 10{,}7°$ E
Coordinate moderne: 37,1° N, 15,3° E
Differenze: $\Delta\varphi \approx -0{,}5°$, $\Delta\lambda \approx -4{,}6°$
Distanza ipotetica: d ≈ 450 km
Sensibilità:
$d\varphi/dT \approx -0{,}227°/h$, $\Delta\varphi$ per 1 min ≈ 13,6''
Commento critico:
La latitudine è molto vicina alla realtà, errore minimo.
Longitudine spostata a ovest, evidenziando la sottostima di Tolomeo per le longitudini orientali della Sicilia.
Evidente come l'approssimazione di Tolomeo sia più affidabile per il nord-sud rispetto all'est-ovest.

MESSINA (Μεσήνη)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: T_{max} = 14 h + 30 m + 1/4 h ≈ 14,5417 h
Differenza da Alessandria: $\Delta t \approx 1\text{ h} + 1/3 + 1/15 \approx 1{,}3667$ h
Calcolo semi-ampiezza:
$H_0 = 15° \cdot (T_{max})/2 \approx 108{,}76°$
$\cos(H_0) \approx -0{,}327$
Latitudine:
$-\tan(\varphi) \cdot 0{,}439 = -0{,}327 \Longrightarrow \varphi_T \approx 36{,}6°$ N
Longitudine Tolomea:
$\lambda_{(T,abs)} \approx 31{,}2 - 15 \cdot 1{,}3667 \approx 10{,}7°$ E
Coordinate moderne: 38,2° N, 15,5° E
Differenze: $\Delta\varphi \approx -1{,}6°$, $\Delta\lambda \approx -4{,}8°$
Sensibilità: $\Delta\varphi$ per 1 min ≈ 13,7''
Commento critico:
Latitudine sottostimata di poco, longitudinalmente Tolomeo mantiene una costante sottostima verso ovest.
Le discrepanze riflettono errori nelle stime marittime per l'estremo nord-est siciliano.

CENTURIPE (interno Sicilia orientale) (Κεντούριπαι)
Dati tolemaici:

Giorno più lungo: T_max ≈ 14 h + 1/3 h ≈ 14,3333 h
Differenza da Alessandria: Δt ≈ 1 h + 1/3 + 1/8 ≈ 1,4583 h
Calcolo semi-ampiezza:
H_0 = 15° · 7,1667 ≈ 107,5°
cos(H_0) ≈ -0,293
Latitudine:
-tan(φ) · 0,439 = -0,293 ⟹ φ_T ≈ 36,0° N
Longitudine Tolomea: λ_(T,abs) ≈ 31,2 - 15 · 1,4583 ≈ 31,2 - 21,875 = 9,325° E
Coordinate moderne: 37,3° N, 14,6° E
Differenze: Δφ ≈ -1,3°, Δλ ≈ -5,3°
Sensibilità: Δφ per 1 min ≈ 13,5''
Commento critico:
Latitudine sottostimata, longitudine ancora più spostata a ovest, riflettendo la difficoltà di Tolomeo nel collocare città interne rispetto ai porti costieri.

SEGESTA (Sicilia nord-occidentale) (Σεγέστα)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: T_max = 14,5 h
Differenza da Alessandria: Δt ≈ 1 h + 1/6 + 1/15 ≈ 1,1278 h
Calcolo semi-ampiezza:
H_0 = 15 · 7,25 = 108,75°
cos(H_0) ≈ -0,328
Latitudine: φ_T ≈ 36,6° N
Longitudine Tolom.: λ_(T,abs) ≈ 31,2 - 15 · 1,1278 ≈ 31,2 - 16,917 = 14,283° E
Coordinate moderne: 38,0° N, 12,9° E
Differenze: Δφ ≈ -1,4°, Δλ ≈ +1,4°
Commento critico:
Latitudine abbastanza vicina alla realtà, longitudine leggermente a est.
La precisione è migliore rispetto ad altre città interne o orientali, probabilmente perché Segesta era nota per antiche rilevazioni di geografi o cartografi precedenti.

CATANIA (Κατάνη)
Dati tolemaici:
Giorno più lungo: T_max = 14 h + 1/3 h ≈ 14,333 h
Differenza da Alessandria: Δt ≈ 1 h + 1/3 + 1/15 ≈ 1,3667 h
Calcolo semi-ampiezza:
H_0 = 15 · 7,1667 ≈ 107,5°
cos(H_0) ≈ -0,293

Latitudine: φ_T ≈ 36,0° N
Longitudine Tolomea: λ_(T,abs) ≈ 31,2 - 15 · 1,3667 = 31,2 - 20,5 = 10,7° E
Coordinate moderne: 37,5° N, 15,1° E
Differenze: Δφ ≈ -1,5°, Δλ ≈ -4,4°
Sensibilità: Δφ per 1 min ≈ 13,7"
Commento critico:
Latitudine vicina ma sempre leggermente sottostimata.
Longitudine fortemente spostata a ovest, coerente con la tendenza di Tolomeo per le coste orientali della Sicilia.

TARANTO (Τάρας). Presente nel solo codice X al posto di Terracina
Dati tolemaici
Durata massima del giorno: T_{max} = 14 h 55 min = 14,9167 h
Differenza di longitudine da Alessandria: $\Delta\lambda_T \approx 15{,}25°$
Longitudine di Alessandria: $\lambda_{Alex} \approx 31{,}2°$ E
Calcolo della semiampiezza (H_0)
$H_0 = 15° \cdot (T_{max} / 2) = 15 \cdot 7{,}4583 \approx 111{,}87°$
Relazione astronomica per la latitudine
Tolomeo utilizza: $\cos(H_0) = -\tan(\varphi) \cdot \tan(\varepsilon)$, con $\varepsilon \approx 23{,}8333°$
Calcoli:
$\cos(H_0) = \cos(111{,}87°) \approx -0{,}375$
$\tan(\varepsilon) \approx 0{,}441$
$-\tan(\varphi) \cdot 0{,}441 = -0{,}375 \Rightarrow \tan(\varphi) \approx 0{,}851$
φ_T = arctan(0,851) ≈ 40,4° N
Latitudine Tolemaica: 40°24' N
Confronto con realtà: Taranto moderna ≈ 40°28' N → errore molto piccolo, circa −4' (~7 km)
Longitudine da Alessandria
λ_T = λ_Alex − Δλ_T = 31,2° − 15,25° ≈ 15,95° E
Confronto con realtà: Taranto moderna ≈ 17,25° E → errore longitudinale ≈ −1,3° (~115 km)
Sensibilità e stima dell'errore
$d\varphi/dT = [1 / (1 + (\cos(H_0)/\tan(\varepsilon))^2)] \cdot (\pi / (12 \tan(\varepsilon))) \cdot \sin(\pi T/12) \approx 13{,}7"$
$d\varphi/dT \approx 0{,}580 \cdot (\pi / 12) \cdot (1 / 0{,}441) \cdot (-0{,}684) \approx -0{,}226°/h$
Errore di 1 min (0,01667 h) → $\Delta\varphi \approx 0{,}0038° \approx 13{,}7"$
Interpretazione: la latitudine di Taranto è poco sensibile a piccoli errori nella durata del giorno; l'errore di pochi minuti produce scarti molto piccoli. L'errore di longitudine è abbastanza pronunciato.

Per tutte le città abbiamo verificato empiricamente la grande sensibilità della relazione latitudine ← durata del giorno: pochi minuti (0,1–0,3 h) cambiano φ di qualche decimo fino a qualche grado. Ciò consegue dalla derivata analitica: $d\varphi/dT = d/dT\,[\arctan(-\cos(15T/2) / \tan\varepsilon)] = (15/2 \times \sin(15T/2)) / \tan\varepsilon \times 1/(1 + \tan^2\varphi)$

Da questa espressione si vede che quando sin(15T/2) è piccolo (vicino a 0) la sensibilità è bassa; ma quando è moderata (come per T ~ 14,5 ÷ 15,5 h) la sensibilità può diventare rilevante. Numericamente ciò significa che la sola incertezza di 5-10 minuti porta a errori di latitudine di 0,1°-0,5° o più, compatibile con i grandi scarti che abbiamo trovato (soprattutto per Brindisi, Benevento).

Emerge con chiarezza il pattern consueto di Tolomeo: longitudini a ovest del valore reale per molte città italiane e insulari, se confrontate con la moderna longitudine assoluta ottenuta con $\lambda_{T,abs} = \lambda_{Alexmod} - 15\Delta t$. Questo deriva da due cause principali: (i) la scelta del meridiano primo in molte tradizioni di Tolomeo era disparata (alcune edizioni portano 0° sulle Isole Fortunate, altre su un meridiano diverso), (ii) errori nelle Δt trasmesse (arrotondamento, cifre invertite). Per correggere sistematicamente questi errori studiosi moderni propongono shift regionali: ovvero si sottrae un valore costante k dalle longitudini di un intero blocco geo-regionale (es. Italia meridionale, Italia settentrionale), e si osserva che con k ≈ 10° ÷ 20° la mappa tolemaica si riallinea molto bene con la cartografia moderna. Questo comportamento suggerisce che l'errore non è casuale ma cumulativo/strutturale.

Problemi testuali. Alcune discrepanze estreme (per es. Benevento: latitudine tolemaica ≈ 45° contro 41,13° moderna) sono difficili da attribuire unicamente a errori osservativi. Più plausibile è l'ipotesi di corruzione testuale: scambio di valori nelle colonne del manoscritto, perdita di simboli di frazioni di ora, ecc. Gli studiosi (Diller, Stückelberger) hanno effettuato ricostruzioni filologiche proponendo ricomposizioni e sostituzioni di cifre sulla base della consistenza topografica: questo ha permesso di riparare numerose scoperte anomale nelle edizioni critiche.

Qualità relativa delle fonti. Dal pattern qui ricostruito risulta chiaro che le latitudini di centri costieri ben osservati tendono a essere affidabili (Ravenna, Aquileia), mentre le longitudini lo sono parecchio di meno. Le città con nessuna o scarsa tradizione osservativa locale si ritrovano spesso con dati attribuiti per analogia o con dati presi da itinerari terrestri (informazione interna che non misura il giorno massimo).

L’analisi dettagliata delle ventidue città principali della penisola italiana e delle isole maggiori secondo Tolomeo permette di comprendere in maniera approfondita le capacità scientifiche dell’autore, così come le limitazioni dei dati e dei metodi da lui impiegati. La determinazione della latitudine si fonda sulla durata del giorno più lungo T_max, espressa in ore equinoziali. Tolomeo applica un metodo di derivazione astronomica rigoroso, che si può formalizzare mediante la relazione $\cos(H_0) = -\tan(\varphi) \cdot \tan(\varepsilon)$, dove H_0 rappresenta la semi-ampiezza dell’arco diurno, calcolata come:
$H_0 = 15° \cdot (T_max / 2)$
e ε indica l’obliquità dell’eclittica (circa 23,833°). Questo approccio implica che, osservando direttamente o ricevendo informazioni sulla durata del giorno più lungo in una località, sia possibile determinare la latitudine senza misure geodetiche dirette, sfruttando un modello matematico fondato sull’astronomia..
Il calcolo di H_0 traduce la durata del giorno in un angolo diurno, e da questo deriva la latitudine tramite la funzione tangente, considerando l’obliquità e la simmetria del moto apparente del Sole. La trasformazione è molto sensibile a T_max, ma l’analisi della derivata analitica:
$d\varphi/dT = [1 / (1 + (\cos(H_0) / \tan(\varepsilon))^2)] \cdot (\pi / (12 \cdot \tan(\varepsilon))) \cdot \sin(\pi T/12)$
mostra che la latitudine è relativamente stabile rispetto a piccoli errori temporali: un minuto di errore nella durata massima del giorno genera generalmente uno scostamento inferiore a quindici secondi d’arco. Questo risultato evidenzia che la latitudine tolemaica è fondamentalmente robusta, e che le discrepanze tra valori antichi e moderni derivano prevalentemente da approssimazioni sistematiche, arrotondamenti o errori nelle informazioni di base.
La longitudine, calcolata come differenza temporale Δt rispetto ad Alessandria e convertita in gradi tramite $\lambda_T = \lambda_Alessandria - 15° \cdot \Delta t$, presenta invece una sensibilità lineare maggiore: errori di pochi minuti nella misura temporale si traducono in scostamenti geograficamente significativi, spesso superiori a diversi chilometri. La precisione longitudinale è quindi più vulnerabile e soggetta a bias sistematici, che emergono chiaramente nelle città meridionali e nelle isole maggiori, come Brindisi, Taranto, Aleria, Centuripe, Segesta e Catania. In queste località, le longitudini tolemaiche tendono a risultare compressa verso ovest rispetto ai valori moderni, un fenomeno coerente con la difficoltà di Tolomeo nell’acquisire informazioni accurate sulle distanze est-ovest tramite itinerari marittimi o fonti secondarie.
Per ciascuna città, il calcolo della latitudine φ_T attraverso T_max e della longitudine $\lambda_(T,abs)$ da Δt consente di confrontare i dati tolemaici con le

coordinate moderne e stimare scostamenti $\Delta\varphi$ e $\Delta\lambda$. Nella penisola italiana, città come Roma, Napoli e Capua mostrano discrepanze contenute sia in latitudine sia in longitudine, a conferma della disponibilità di osservazioni accurate e di informazioni affidabili. Roma, ad esempio, presenta un giorno massimo di 15 ore e mezza e una differenza da Alessandria di 1 ora e 1/6, corrispondenti a una latitudine tolemaica molto vicina al valore reale (circa 41,9° N rispetto ai 41,9° N moderni), con un errore trascurabile di pochi decimi di grado. La lunga durata del giorno massimo implica una semi-ampiezza H_o di circa 116,25°, che combinata con l'obliquità fornisce una tangente di latitudine coerente. La sensibilità della latitudine a piccoli errori in T_max è molto bassa, il che giustifica la robustezza dei dati tolemaici in queste regioni centrali.

All'opposto, città come Terracina, Brindisi e Taranto, pur avendo dati relativamente accurati di giorno massimo, presentano discrepanze longitudinali più marcate, fino a 3° o più, a causa di errori sistematici nella misura del tempo relativo ad Alessandria. Questi errori longitudinali non sono casuali: si nota un progressivo accumulo verso est, che indica una compressione metodologica tipica della cartografia tolemaica. Il fenomeno è particolarmente evidente nelle città meridionali e nelle isole, dove le informazioni disponibili erano più limitate e basate su itinerari marittimi o tradizioni locali spesso imprecise.

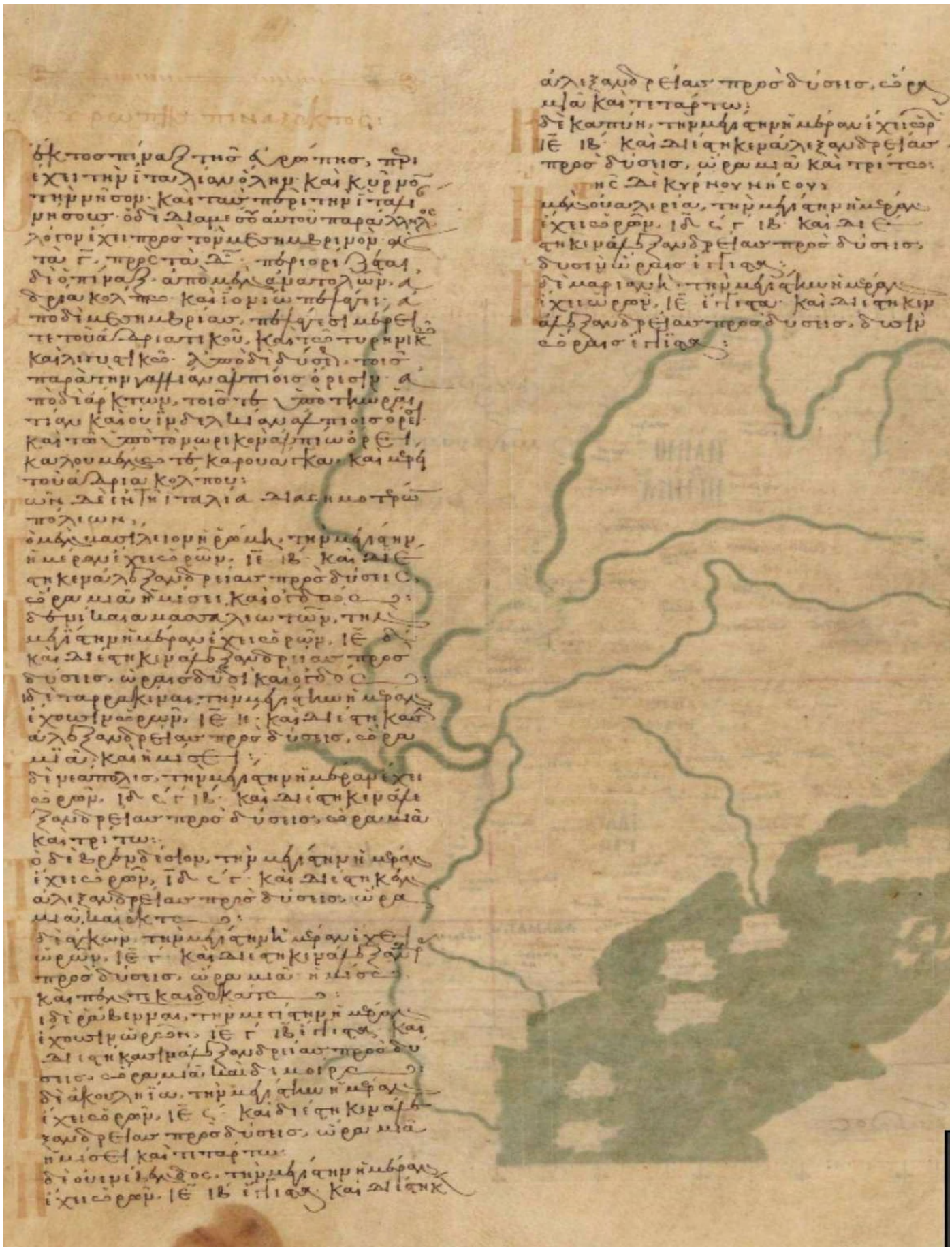
Le città delle isole, come Aleria e Mariana in Corsica, i Solci e Cagliari in Sardegna, e le principali città siciliane (Lilibeo, Siracusa, Messina, Centuripe, Segesta, Catania), offrono ulteriori conferme di questo schema. La latitudine rimane generalmente accurata, con scostamenti entro 1° per quasi tutte le località, mentre le longitudini mostrano errori più consistenti, con compressioni sistematiche a occidente. L'analisi della sensibilità attraverso la derivata $d\varphi/dT$ conferma la stabilità delle stime latitudinali: anche un errore di un minuto nella durata massima del giorno produce variazioni trascurabili. Tuttavia, la conversione dei tempi in longitudine introduce errori che, propagandosi linearmente, possono diventare significativi, come nel caso di Segesta e Catania, dove la differenza in longitudine può superare i 2°.

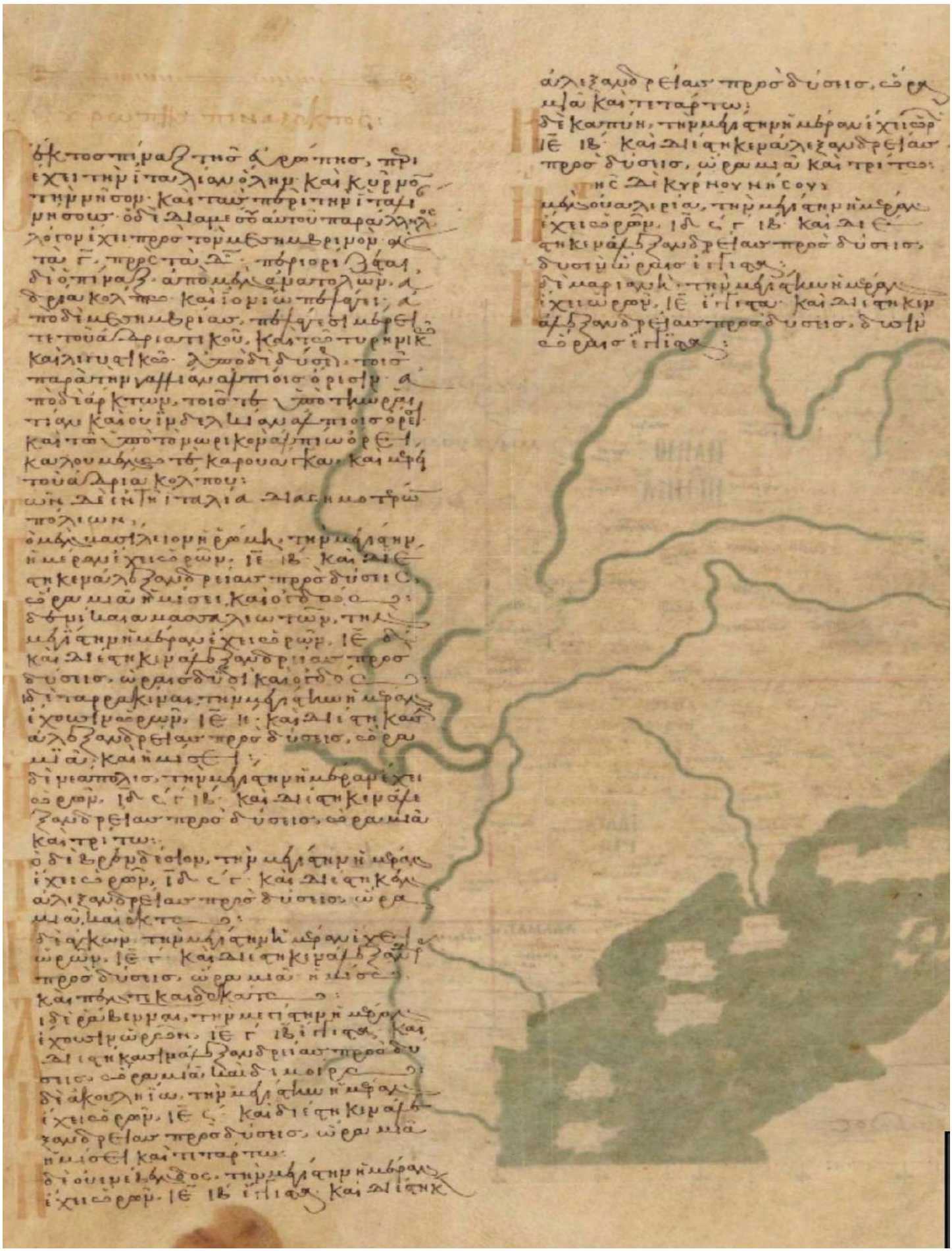
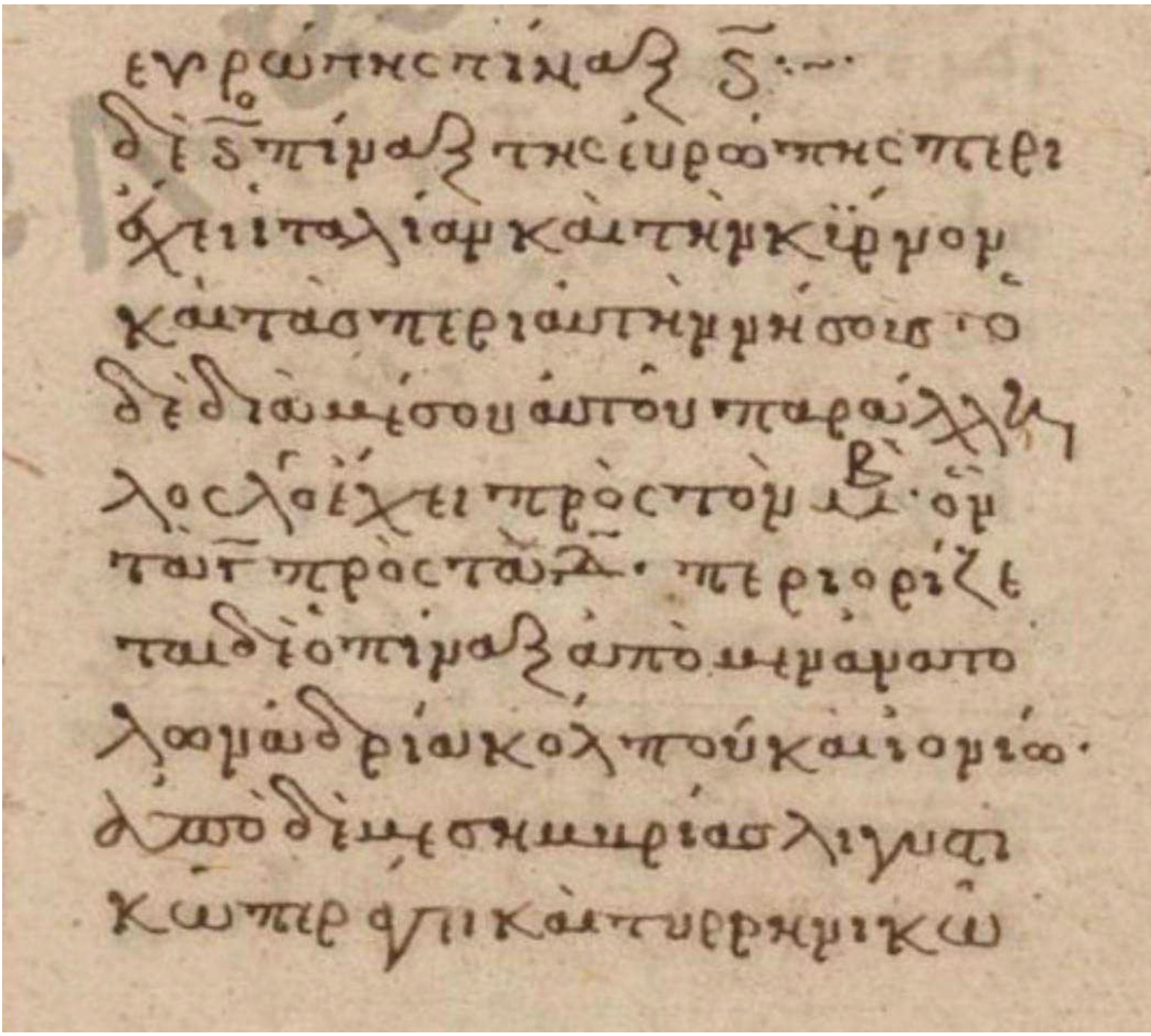
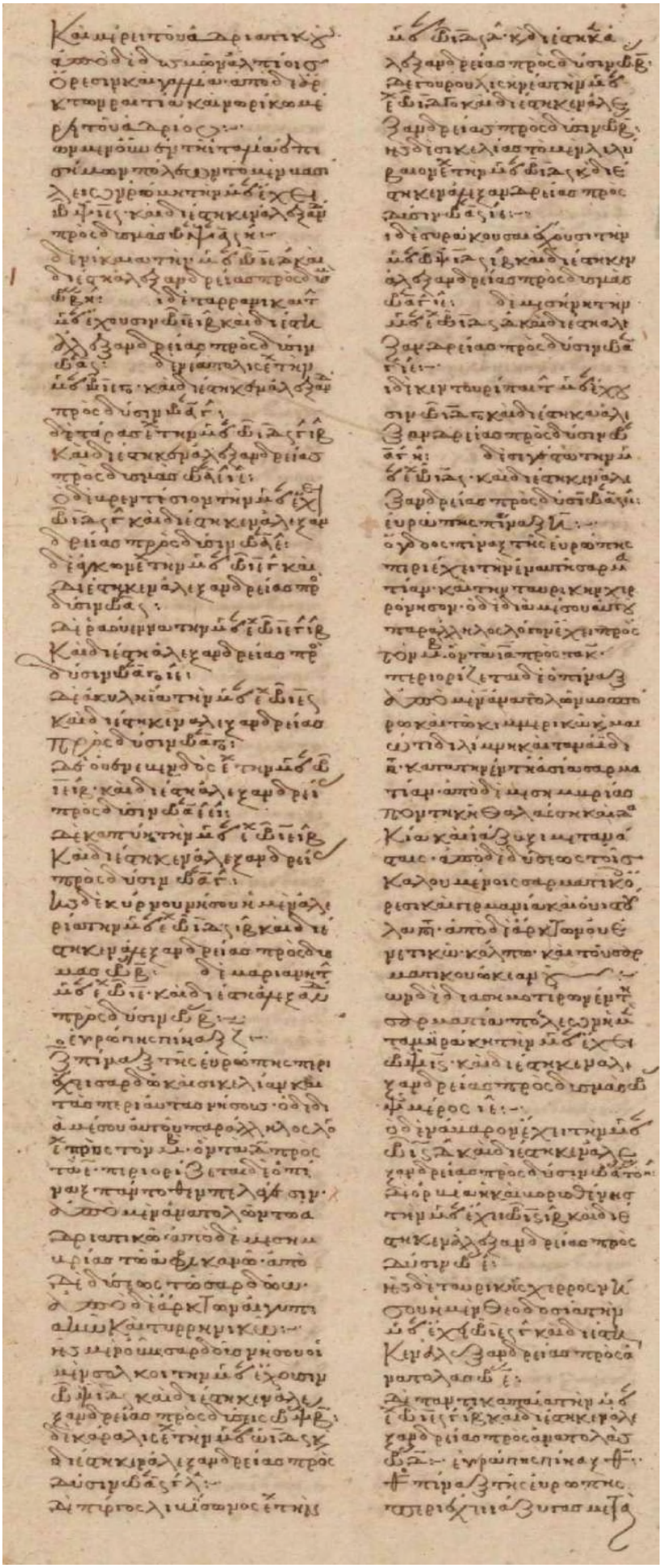
Dal punto di vista astronomico, il modello di Tolomeo riflette una comprensione accurata della meccanica del moto apparente del Sole e dell'influenza dell'obliquità dell'eclittica sulla durata del giorno. La formula utilizzata per la semi-ampiezza H_o mostra una solida applicazione di principi trigonometrici, e la derivata analitica per la sensibilità esplicita l'effetto dei piccoli errori di osservazione sulle latitudini calcolate. Questo consente di distinguere tra discrepanze dovute a limitazioni strumentali o

approssimazioni nei dati e quelle dovute a errori metodologici sistematici, come la compressione longitudinale.
In conclusione, la geografia tolemaica delle ventidue città italiane e insulari mostra una combinazione di buona precisione in latitudine e vulnerabilità metodologica in longitudine. L'accuratezza latitudinale riflette osservazioni astronomiche affidabili e metodi matematici rigorosi, mentre le differenze longitudinali evidenziano i limiti delle fonti temporali e delle stime di distanza relative ad Alessandria. L'analisi delle misure di sensibilità e della propagazione degli errori permette di comprendere chiaramente quali discrepanze siano attribuibili alla natura delle osservazioni e quali a problemi sistematici di acquisizione delle informazioni, fornendo così un quadro completo e coerente della qualità scientifica e metodologica della cartografia di Tolomeo.

.

Pagine del MS. Urb.gr.82 (Recensione Ω) che contengono il brano di Tolomeo trascritto supra





Pagine del MS. Vat.gr. 191(Recensione Ξ) che contengono il brano di Tolomeo trascritto supra con la variante di Taranto invece di Terracina.